

Gravitation in Elementareinheiten

Die Dichte ρ als Funktion zeitabhängig variabler Masse $\rho = f(M(t))$ ist das gesuchte Bindeglied zwischen Einstein-/Friedmann- und Philberth-Weltmodell. Damit ist es möglich Urknall- und Ursprung-Theorie gegenüber zu stellen. Keines der Argumente gegen die Urknall-Theorie ist in der Ursprung-Theorie anwendbar.

Obwohl sich die Massendichte in jedem Moment der Zeit aufgrund Volumen-Expansion dV gemäß $\rho = M/(V + dV)$ verringert, so hat nicht die Expansion Einfluss auf die Gravitationskraft $K(R)$, sondern nur das Quadrat der beteiligten Massen M und des Massenabstandes R , denn das Volumen V und die Volumenänderung dV sind in der Gravitationsformel gar nicht enthalten. Die Gravitationsbeschleunigung $b(R)$ des Welt-

alls beträgt (7.3)... $\frac{K(R)}{M} = b(R) = G \cdot \frac{M}{R^2} \cdot e^{-\frac{GM}{Rc^2}}$ [11]. Wir berechnen nun diese Beschleunigung mit der Annahme zeitabhängiger Masse $M = M(t) \neq konst.$

Legt man diese Annahme zugrunde, dann ist diese Variation der Masse als ein relevantes physikalisches Kennzeichen anzusehen, das selbstverständlich in der Ableitung mathematisch berücksichtigt werden muss. Führt man also nicht die Substitution $M = AR^3\rho = konst$ aus, sondern rechnet mit $M = M(t) \neq konst$ und berechnet über Formel (7.3) nun R

über $db(R)/dR = 0$, dann erhält man aus $b(R) = G \cdot \frac{M}{R^2} \cdot e^{-\frac{GM}{Rc^2}}$ und Ableitung nach R

den Ausdruck

$$\frac{d}{dR}b(R) = \left(-2GM^2 \frac{1}{R^3} + \frac{GM^2}{R^2} \cdot \frac{GM}{R^2c^2} \right) \cdot e^{-\frac{GM}{Rc^2}} \quad \text{u.} \quad \frac{d}{dR}b(R) = -2GM^2 \frac{1}{R^3} \cdot \left(1 - \frac{GM}{2Rc^2} \right) \cdot e^{-\frac{GM}{Rc^2}}.$$

Für $\frac{d}{dR}b(R) = 0$ wird $\left(1 - \frac{GM}{2Rc^2} \right) = 0$ bzw. $\frac{GM}{2Rc^2} = 1$ und hieraus die

Abstandsstelle R mit maximaler Gravitationsbeschleunigung zu (7.4)... $R = \frac{GM}{2c^2}$

Dies ist der Radius des Universums bei Ansatz zeitabhängig variabler Masse. In diesem Falle hat man nämlich eben nicht wie bei Einstein, Schwarzschild und Friedmann gesehen, die Masse konstant gehalten, sondern es ist die Dichte als eine Funktion zeitabhängig variabler Masse gemäß $\rho = f(M(t))$ wirksam geworden.

Vorwort:

Traditionsgemäß komme ich nicht umhin, als Preis für meine nachstehenden Ausführungen, den werten Leser um Kenntnisnahme des Vorwortes zu bitten, auch wenn ihm dieses vielleicht unangenehm oder gar unangebracht erscheint. (So ist das halt mit dem Bezahlen.) Denn was hat Theologie, noch dazu eine christlich katholische, mit moderner Physik zu tun? Das mag sich manch einer fragen und gar Widersprüche vermuten.

„Mit Ketten sind wir an uns selbst gefesselt. Die erste, unmittelbar Reaktion des menschlichen Herzens ist Abwehr, Abstandsnahme, Misstrauen. Verharrt der Mensch in diesem seinem natürlichen Zustand, so wird er des Glückes unfähig. Er kann nicht von den Schönheiten der Erde angesprochen werden, hört nicht mehr auf die Stimmen des Alls, auf den Zuspruch der Menschen, auf die flehentliche Bitte der Leidenden [Ladislaus Boros, 1927-1981; katholischer Theologe und geistlicher Schriftsteller]“

Soweit geht das gerade noch für einen Physiker. Aber es wird noch „etwas“ interessanter:

Aus der Tageslesung der HI. Messe vom 01.02.2010: „Nun weidete dort an einem Berghang gerade eine große Schweineherde. Da baten die Dämonen Jesus: Lass uns doch in die Schweine hineinfahren! Jesus erlaubte es ihnen. Darauf verließen die unreinen Geister den Menschen und fuhren in die Schweine und die Herde stürzte sich den Abhang hinab in den See. Es waren etwa zweitausend Tiere und alle ertranken.“ [Markus 5,11-13]

Mir fällt es nicht leicht, diese Stelle mit der Wortkombination „...[baten](#) ...[Dämonen Jesus](#): ..“ zu zitieren, legt doch die Formulierung nahe, dass Dämonen selbstbewusste Persönlichkeiten sind und mancher Zeitgenosse wird sich wohl seine „modernen Augen und Ohren“ ganz fest zu halten. Aber und das sagte ich bereits: „Diese geistliche Musik spielt trotzdem!“

Verschlagenheit, die versucht in den Irrtum führen, so zitierte ich Papst Benedikt XVI im Vorwort meiner Arbeit über die „Elektron-Magnetfeldmasse“. **Michael und der Drache** so bezeichnete ich diesen geistigen Kampf im Vorwort zu meiner Arbeit über „Das Myon“. Die Bedeutung „**Namen des Herrn**“ erläuterte ich im Vorwort zu meiner Arbeit „Das Elektron-Magnetmoment.“. Und über Jesus führte ich im Vorwort meiner Arbeit über „Das Pion.“ aus: „**Wer (gemeint ist: Jeder, der) den Namen des Herrn anruft, wird gerettet.**“ Und hier: „**Dämonen bitten Ihren Herrn Jesus um einen Gefallen**“.

Auf dem großen Müllhaufen menschlicher Irrtümer landet die in geistiger Weise ziemlich magersüchtige Behauptung namhafter Physiker, die Schöpfungsgeschichte der Bibel könne aufgrund der weniger als der milliardste Teil einer milliardstel Sekunden herrschenden, überhaupt möglichen schöpferischen Gestaltungszeit, nicht richtig sein und wenn schon die biblische Schöpfungsgeschichte nicht stimme, dann existiere auch kein Schöpfer-Gott und die Theologie sei zugunsten der Physik am Ende.

Die geistige Speise, dass Jesus von den Toten Auferstanden und in den Himmel aufgefahren ist, können diese Magersüchtigen offenbar nicht mehr zu sich nehmen ohne sie zu erbrechen. Und doch wird dieses Menü auf der Speisekarte Gottes seit 2000 Jahren angeboten und auf Wunsch auch heute noch serviert.

Lassen wir uns also nicht von irgendeiner Ideologie motivieren.

Martin Bock

Meine Kontaktdaten sind zu finden unter <http://www.physik-theologie.de/>.

1. Die Planck-Größen

Ende des 19. Jahrhunderts entdeckte Planck bei seinen Untersuchungen zur Theorie der Strahlung Schwarzer Körper, für die er zwei Jahrzehnte später den Nobelpreis für Physik erhielt, die letzte zur Definition der Planck-Einheiten erforderliche Naturkonstante, das später nach ihm benannte Wirkungsquantum h . Er erkannte die Möglichkeit, damit ein universell gültiges System von Einheiten zu definieren und erwähnte diese in einem Vortrag [1].

Das Besondere der Genialität ist die Einfachheit. Man soll daher nicht verächtlich auf diese herabschauen. Einfachheit ist immer eine Folge der Rückschau. Die Planck-Konstanten sind seit 1899 bekannt. Planck begründete diese in einer Zeit, in der von QM und Tensoren noch keine Rede war. Die Ermittlung der Planck-Größen ist leicht nachvollziehbar. Sie orientieren sich allein an der Dimension der betreffenden Naturkonstante.

Wir beginnen mit der Gravitationskonstanten G . Diese hat die Dimension $\left[\frac{m^3}{s^2 \cdot kg} \right]$. Entsprechend

dieser Dimension wird angesetzt

$$(1.1) \dots G = \frac{l_p^3}{t_p^2 \cdot M_p},$$

mit l_p als Planck'sche Länge, t_p als Planck'sche Zeit und M_p als Planck'sche Masse. Mit dieser Methode repräsentiert die Plancklänge l_p die Anzahl der $1m$ – Stücke, es repräsentiert die Planckzeit t_p die Anzahl der $1s$ – Dauern und es repräsentiert M_p die Anzahl der $1kg$ – Stücke. **Damit beziehen sich diese Größen aber nicht auf Elementarteilchen beziehen, sondern auf das Universum!**

Aber nun sei gleich zu Anfang unserer Überlegungen ein wichtiger Hinweis gestattet. Die Naturkonstanten sind es, die auf elementaren Grundgrößen, sozusagen auf Elementareinheiten EH basieren. Die Elementareinheiten bilden die Weltrealität, existenzphysikalische Realität. Die physikalische Form jeder Naturkonstante N lautet also $N = x \cdot EH \cdot [Dimension]$ und als Dimension z B. $[1m]$ oder $[1s]$ oder $[1kg]$ oder $[1A]$ usw. und mit x als Anzahl der Elementareinheiten. Es stellen also die Planck-Größen über den Bezug auf die Dimensionen keinen Bezug zu den Elementareinheiten her, auf denen die Naturkonstanten beruhen. Dies soll die geniale Leistung des Herrn Planck keinesfalls schmälern. Dessen Vorgehensweise ist absolut berechtigt, weil unabhängig davon, ob die den Naturkonstanten zugrundeliegenden Elementareinheiten bekannt sind oder nicht.

Entsprechend diesem 1899 erfolgten ersten Schritt in die richtige Richtung wird also die Plancklänge l_p in der Form $x \cdot [1m]$ ausgedrückt. Dabei hat die Dimension $[1m]$ ganz sicher keinen Bezug zu irgendeiner elementaren Struktur, sondern ist als der „so und so viele“ Teil des Erdumfangs, eine willkürliche Festlegung, die zugegebenermaßen unseren Alltag erleichtert. Man hätte das Längenmaß $[1m]$ aber durchaus auch etwas größer oder etwas kleiner wählen können, was die Willkürlichkeit der Festlegung zeigt.

Damit aus den dimensionsbezogenen Planck-Größen „wahre“ also existenzphysikalische Planckgrößen werden, die es noch nicht gibt, muss Bezug zu den Elementareinheiten selbst hergestellt werden. Es muss also bekannt sein, welche Struktur die Elementarlänge gibt, welche Struktur die Elementardauer gibt und welche Struktur die Elementarmasse gibt. So bilden dann z B. „so und

soviel“ Stück N einer Elementarmasse m die Planckmasse $M_p = N \cdot m$. Und hierbei ist es im existenzphysikalischen Sinne völlig unerheblich, wie viele Stück an Elementarmassen benötigt werden, um $[1kg]$ zu entsprechen. Das ist in der Physik so ziemlich egal. Solange eine solche Notation nicht existiert, wird es nicht möglich sein, die „wahren“ physikalischen Strukturen, nämlich die harte Weltrealität, nämlich die existenzphysikalischen Strukturen zu erkennen. Die Aufgabe lautet also, die Struktur der Naturkonstanten in diesem Sinne zu erforschen also diese in Bezug auf existenzphysikalische Elementareinheiten auszudrücken. Weiter unten wird dies am Beispiel der Gravitationskonstanten exemplarisch durchgeführt.

Als nächstes betrachten wir die Lichtgeschwindigkeit c . Sie hat die Dimension $[m/s]$. Also schreiben wir ohne nachzudenken entsprechend der Systematik der Dimensionsentsprechung

$$(1.2)... \boxed{c = \frac{l_p}{t_p}}. \text{ Für die Planck'sche Wirkung } h \text{ gilt die Dimension } [kg \cdot m \cdot m/s] \text{ und wir schreiben}$$

$$(1.3)... \boxed{h = M_p \cdot l_p \cdot c}$$

Damit haben wir drei Gleichungen und drei Unbekannte. Es liegen alle Naturkonstanten-Kombinationen fest und wir können diese in Planck-Größen ausdrücken aber eben in Anzahl an Ein-Meter-Stücken, Anzahl an Eine-Sekunde-Dauern und Anzahl an Ein-Kilogramm-Stücken. Wir

$$\text{betrachten die Kombination } \frac{hc}{G} = \frac{M_p \cdot l_p \cdot c \cdot c}{\frac{l_p^3}{t_p^2 \cdot M_p}} \text{ und erhalten hieraus } \frac{hc}{G} = M_p \cdot c^2 \cdot \frac{t_p^2}{l_p^2} \cdot M_p \text{ bzw.}$$

$$(1.4)... \boxed{\frac{hc}{G} = M_p^2}. \text{ Sodann betrachten wir die Kombination } \frac{hG}{c^3} = M_p \cdot l_p \cdot c \cdot \frac{l_p^3}{t_p^2 \cdot M_p} \cdot \frac{1}{c^3} \text{ und}$$

$$\text{erhalten } \frac{hG}{c^3} = l_p \cdot \frac{l_p}{t_p} \cdot \frac{l_p^3}{t_p^2} \cdot \frac{1}{c^3} \text{ bzw. } \frac{hG}{c^3} = l_p^2 \cdot \frac{l_p^3}{t_p^3} \cdot \frac{1}{c^3} \text{ bzw.}$$

$$(1.5)... \boxed{\frac{hG}{c^3} = l_p^2} \text{ und mit } l_p^2 = c^2 \cdot t_p^2 \text{ aus (1.2) ergibt sich sofort } \frac{hG}{c^3} = c^2 \cdot t_p^2 \text{ bzw.}$$

$$(6)... \boxed{\frac{hG}{c^5} = t_p^2}. \text{ Damit haben wir sozusagen die Basis gelegt. Wir fahren fort mit } \frac{c^4}{G} = \frac{l_p^4}{t_p^4} \cdot \frac{1}{G} \text{ und}$$

$$\text{erhalten } \frac{c^4}{G} = \frac{l_p^4}{t_p^4} \cdot \frac{1}{\frac{l_p^3}{t_p^2 \cdot M_p}} \text{ bzw. } \frac{c^4}{G} = \frac{l_p^4}{t_p^4} \cdot \frac{t_p^2 \cdot M_p}{l_p^3} \text{ und nach etwas Umordnen}$$

$$\frac{c^4}{G} = \frac{l_p^3}{t_p^2} \cdot \frac{l_p}{t_p^2} \cdot \frac{t_p^2 \cdot M_p}{l_p^3}. \text{ Nun erweitern mit } \frac{M_p}{M_p} \text{ und wir erhalten } \frac{c^4}{G} = \frac{l_p^3}{\underbrace{t_p^2 \cdot M_p}_{=G}} \cdot \frac{l_p}{t_p^2} \cdot \frac{t_p^2 \cdot M_p^2}{l_p^3}$$

und somit $\frac{c^4}{G} = G \cdot \frac{M_p^2}{l_p^2}$ also die Planck-Kraft F_p entsprechend dem Newton'schen Gravitationsgesetz als Anziehungskraft zweier Planckmassen im Abstand der Plancklänge gemäß

$$(1.7) \dots F_p = G \cdot \frac{M_p^2}{l_p^2}$$

Damit sind die Planck-Größen hinreichend erklärt. Man kann mit den übrigen Planck-Größen analog verfahren. Nun fehlt noch die Erklärung der Gravitationskonstante G . Diese stellt eine Größe dar, die weit über den Elementarbereich hinreicht, sozusagen das ganze Universum prägt. In seiner Genialität verknüpfte Planck seine im Elementarteilchenbereich gültigen Größen M_p, l_p, t_p über die Gravitationskonstante G mit den kosmischen Größen M, R . Dies erfolgte über den Ausdruck

$$(1.8) \dots G = 1 \cdot \frac{Rc^2}{M} \text{ bzw. (1.8a) } \dots R = 1 \cdot \frac{GM}{c^2}$$

Das geniale an dieser im Jahre 1899 von Herrn Planck angesetzten Formel ist die zugrunde liegende Eins-Heftigkeit aller Faktoren.

Heute weiß man, wie die von Planck verwandte Formel (1.8a) einzuordnen ist. Sie ergibt sich aus der Lösung der Einstein'schen Feldgleichung, wenn man folgende Annahmen trifft: $k=0$ (flaches Weltall als Raum ohne Krümmung), kosmologische Konstante $\Lambda=0$ für ein nicht-statisches Weltall mit $R=c \cdot t$. Die frühere Ansicht, das Weltall sei flach, ist heute wieder Fachmeinung aber die astronomischen Beobachtungen zeigen, dass die kosmologische Konstante größer null ist. Von daher ist die Planck-Formel (1.8a) heute nicht mehr haltbar. Trotzdem sind die Planck-Größen in der Welt und man darf und soll auch mit ihnen rechnen, denn sie erleichtern die Arbeit der Theoretischen Physik, welche zu Klarstellung den Planck'schen Radius als Gravitationsradius tituliert. Man muss sich also bei der Rechnung mit Planck-Größen stets vergegenwärtigen, dass sie bezüglich der Verknüpfung zur kosmischen Gravitation auf zwischenzeitlich überholten Voraussetzungen basieren.

Beweis: In diesem Abschnitt wird bewiesen, dass Planck mit obiger Formel (1.8) rechnete. Es ergibt

sich aus (1.4) mit $\frac{hc}{G} = M_p^2$ und $G = \frac{Rc^2}{M}$ der Ausdruck $\frac{hc}{\frac{Rc^2}{M}} = M_p^2$ bzw.

$$(1.9) \dots \frac{Mh}{Rc} = M_p^2 \quad \text{Aus (1.5) mit } \frac{hG}{c^3} = l_p^2 \text{ erhält man } \frac{h \frac{Rc^2}{M}}{c^3} = l_p^2 \text{ bzw. (1.10) } \dots \frac{Rh}{Mc} = l_p^2$$

$$\text{Somit führt } \frac{M_p^2}{l_p^2} = \frac{\frac{Mh}{Rc}}{\frac{Rh}{Mc}} \text{ bzw. } \frac{M_p^2}{l_p^2} = \frac{Mh}{Rc} \cdot \frac{Mc}{Rh} \text{ bzw. } \frac{M_p^2}{l_p^2} = \frac{M^2}{R^2} \text{ zu (1.11) } \dots \frac{M_p}{l_p} = \frac{M}{R} \equiv \frac{c^2}{G}$$

Den gleichen Ausdruck erhalten wir über Formel (1.4) gemäß $hc/G = M_p^2$ und Formel (1.5) gem.

$$\frac{hG}{c^3} = l_p^2. \text{ Es ergibt sich dann für } \frac{M_p^2}{l_p^2} = \frac{\frac{hc}{G}}{\frac{hG}{c^3}} \text{ und hieraus Es ergibt sich dann } \frac{M_p^2}{l_p^2} = \frac{hc}{G} \cdot \frac{c^3}{hG}$$

$$\text{bzw. } \frac{M_p^2}{l_p^2} = \frac{c^4}{G^2} \text{ also wieder } \frac{M_p}{l_p} = \frac{c^2}{G} \text{ qed..}$$

2. Die Elementareinheiten

Diese Einheiten wurden 1970 von Bernhard und Karl Philberth gefunden [2, 3]. Sie wollen noch einen Schritt weitergehen als die Planck-Größen. Sie nehmen für sich in Anspruch existenzphysikalische Einheiten zu sein, welche die Weltrealität bilden. Damit stellen sie den Versuch einer Weiterentwicklung der Planck-Größen dar. Es werden die hier relevanten Substitutionen vorgestellt.

$$(2.1)... \quad c = \frac{l}{t} = \frac{l_p}{t_p}$$

Formel (2.1) ist nicht so zu interpretieren, dass $l = l_p$ oder $t = t_p$, sondern es gilt $l \cdot t_p = t \cdot l_p$. Dies gilt auch für die folgenden Formeln. Für das Planck'sche Wirkungsquantum gilt

$$(2.2)... \quad h = m_{ps} \cdot l \cdot c = M_p \cdot l_p \cdot c$$

Das bemerkenswerte an Formel (2.2) ist, dass sich die Planck-Wirkung auf die Elementareinheit m_{ps} beziehen (was Planck nicht wusste, weil dieser Begriff erst 1970 erfunden wurde), das ist die statische Protonmasse und nicht auf m_p , das ist die totale Protonmasse, wobei $m_{ps} = m_p \cdot \left(1 + \frac{2}{9} \cdot \frac{j a}{4p}\right)$ ist. Damit zeigt sich, dass m_{ps} die Elementareinheit der Masse bildet und nicht m_p . Mit den Formeln (1.4) bis (1.9) lassen sich noch weitere Planck-Größen in Philberth-Größen ausdrücken. Dazu betrachten wir

$$M_p^2 \cdot l_p^2 = \frac{hc}{G} \cdot \frac{hG}{c^3} = \frac{h^2}{c^2} = \frac{m_{ps}^2 \cdot c^2 \cdot l^2}{c^2} \quad \text{und hieraus } M_p^2 \cdot l_p^2 = m_{ps}^2 \cdot l^2 \quad \text{und erhalten}$$

$$(2.3)... \quad M_p \cdot l_p = m_{ps} \cdot l \quad (\text{s. auch Formel (1.9) nach Kürzen von } c)$$

Betrachten wir noch $t_p^2 \cdot M_p^2 = \frac{hG}{c^5} \cdot \frac{hc}{G}$, so ergibt sich $t_p^2 \cdot M_p^2 = \frac{h^2}{c^4}$ bzw. $t_p \cdot M_p = \frac{h}{c^2}$ also

$$t_p \cdot M_p = \frac{m_{ps} \cdot c \cdot l}{c^2} \quad \text{bzw.} \quad t_p \cdot M_p = \frac{m_{ps} \cdot l}{c} \quad \text{bzw.} \quad t_p \cdot M_p = \frac{m_{ps} \cdot l \cdot t}{l} \quad \text{und somit}$$

$$(2.4)... \quad t_p \cdot M_p = m_{ps} \cdot t$$

Damit ist zur Genüge gezeigt, dass die Philberth-Größen sehr gut den Planck-Größen und dem von Herrn Planck zugeordneten Zweck entsprechen. Von daher werden sie durchaus ihrem Anspruch gerecht, wirkliche Elementareinheiten zu sein.

Nebenrechnung:

Zwischen Planck- und Philberth-Größen besteht eine Verknüpfungs-Verhältniszahl x . Diese ist nichts anderes als die Anzahl der Dimensionspakete der Gravitationskonstante G .

Aus $G = \frac{l_p^3}{t_p^2 \cdot M_p} = \frac{I^3}{t^2 \cdot m_{ps}} \cdot x$ sowie $h = M_p \cdot l_p \cdot c = m_{ps} \cdot I \cdot c$ und $c = \frac{l_p}{t_p} = \frac{I}{t}$ erhält man

$$(2.5) \dots x = \left(\frac{l_p}{I} \right)^2 = \left(\frac{m_{ps}}{M_p} \right)^2 = \left(\frac{t_p}{t} \right)^2 = \left(\frac{F}{F_p} \right)^{\frac{1}{2}} \quad \text{mit} \quad F = G \cdot \left(\frac{m_{ps}}{I} \right)^2 \quad \text{und} \quad F_p = G \cdot \frac{M_p^2}{l_p^2}.$$

Aber es gilt wg. Definition von Y als Weltwirkungs-Intensitäts-Anzahl bzw. Existenzvariable,

s. „Ergänzung Schwerkraft“, S. 1, Formel (1) $G = \frac{h \cdot c}{m_{ps}^2} \cdot \frac{2}{Y} = \frac{I^3}{t^2 \cdot m_{ps}} \cdot \frac{2}{Y}$ der Ausdruck

$$(2.6) \dots x = x(t) = \frac{2}{Y(t)} = 2 \cdot \left(\frac{m_{ps}}{M(t)} \cdot \frac{1}{h_{eff}(t)} \right)^{\frac{1}{2}}.$$

Formel (2.6) zeigt die physikalische Bedeutung von $x = x(t)$ als eine Funktion der zeitabhängigen effektiven Wirkungsdichtezahl $h_{eff}(t)$, siehe „Ergänzung Schwerkraft“, S. 6. Dem entsprechend hängt $x(t)$ -also die Anzahl der Dimensionspakete der Gravitationskonstante G - von der Weltzeit ab.

Den in Formel (2.6) auf der rechten Seite dargestellten Zusammenhang erreicht man durch Einsetzen von $Y = \frac{R}{I} \cdot h_{eff}$ und mit $R = \frac{GM}{2c^2}$ erhält man den Ausdruck $Y = G \cdot \frac{M}{2c^2} \cdot \frac{1}{I} \cdot h_{eff}$. Nun führt Einsetzen

von $G = \frac{I^3}{t^2 \cdot m_{ps}} \cdot x$ zu $Y = \frac{I^3}{t^2 \cdot m_{ps}} \cdot x \cdot \frac{M}{2c^2} \cdot \frac{1}{I} \cdot h_{eff}$ bzw. zu $Y = \frac{1}{2} \cdot \frac{M}{m_{ps}} \cdot h_{eff} \cdot x$ und Einsetzen

von (2.7) in (2.6) ergibt den obigen Zusammenhang $x(t) = 2 \cdot \left(\frac{m_{ps}}{M(t)} \cdot \frac{1}{h_{eff}(t)} \right)^{\frac{1}{2}}$ qed..

Gemäß (2.6) hängen über den Faktor $x = x(t)$ also auch die Planckgrößen in (2.5) von der Weltzeit t ab. Dies ist an sich unproblematisch, weil sich wg. der in (1.1) von Herrn Planck

getroffenen Definition gemäß $G = \frac{l_p^3}{t_p^2 \cdot M_p}$ die Planck-Größen gerade nicht auf Elementarheiten oder Elementar-Teilchen beziehen, sondern auf das Universum!

3. Planck'sche Formel für das innere Wesen der Gravitationskonstante

Nun wagen wir es, die Planck'sche Formel für die Gravitationskonstante G in Philberth'schen Elementareinheiten auszudrücken. Wir beginnen hierzu mit Formel (1.1) gemäß $G = \frac{l_p^3}{t_p^2 \cdot M_p}$. Mit

Formel (2.1) gemäß $c = \frac{l}{t} = \frac{l_p}{t_p}$ erhält man hieraus $G = \frac{l_p}{M_p} \cdot c^2$ und mit Formel (2.3) gemäß

$M_p = \frac{m_{ps} \cdot l}{l_p}$ kann man schreiben $G = \frac{l_p^2}{l} \cdot \frac{c^2}{m_{ps}}$. Erweitern mit l führt zu $G = \left(\frac{l_p}{l}\right)^2 \cdot \frac{c^2 \cdot l}{m_{ps}}$ und

weil $c = \frac{l}{t}$ ist, ergibt sich $G = \left(\frac{l_p}{l}\right)^2 \cdot \frac{l^3}{t^2 \cdot m_{ps}}$. Nun verwenden wir noch Formel (1.10) gemäß

3174

$$\frac{Rh}{Mc} = l_p^2 \text{ bzw. } \frac{R \cdot m_{ps} \cdot c \cdot l}{M \cdot c \cdot l^2} = \frac{l_p^2}{l^2}, \text{ setzen diesen Ausdruck ein und erhalten } G = \frac{R \cdot m_{ps}}{M \cdot l} \cdot \frac{l^3}{t^2 \cdot m_{ps}}$$

(3.1)... $G = 1 \cdot \frac{m_{ps}}{1424} \cdot \frac{R}{1424} \cdot \left[\frac{l^3}{t^2 \cdot m_{ps}} \right] = 6,67428 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{1m^3}{1s^2 \cdot 1kg}$

Zählfaktor = x Elementareinheiten

Es ist aufgrund der Einfachheit dieser Vorgehensweise davon auszugehen, dass Herr Planck sich über die hier vorgelegte Weiterentwicklung seines Ansatzes von 1899 freuen würde, wenn er es denn erlebt hätte. Damit haben unser Ziel erreicht und die Planck'sche Formel für die Gravitationskonstante in Philberth'schen Elementareinheiten ausgedrückt. Formel (3.1) zeigt dann die „wahre“ Struktur der Gravitationskonstanten, wenn die Philberth-Größen auch wirkliche Elementareinheiten sind. Aufgrund der gegebenen Eins-Haftigkeit der Faktoren ist diese Annahme nahe gelegt. Der Bezug auf die zugehörigen Elementareinheiten in der eckigen Klammer zeigt, wie sich der Zählfaktor bildet. Dessen Bildungsgesetz $1 \cdot m_{ps} / M \cdot R / l$ erscheint wie selbstverständlich und ist selbsterklärend. Damit sind wir auf der Suche nach Quantengravitation und Gravitonen allerdings nur einen kleinen Schritt weiter gekommen, denn es zeigt die existenzphysikalische Struktur des Zählfaktors, dass eine Sub-Ebene, welche Quantengravitation bedingen könnte, wenn überhaupt, nur über das innere Wesen der statischen Protonmasse m_{ps} bzw. des Protons m_p gelingen kann. (Beachte: Anstelle von R/l kann wegen $c = l/t$ auch t/t stehen.) Während Planck mit seinen Größen nicht zeigt, wie Gravitation funktioniert, sondern nur die Dimensionen $1m^3 / (1s^2 \cdot 1kg)$ der Gravitationskonstanten G „auffüllt“, so haben wir es hier gewagt, mit Hilfe des Bezugs auf Elementareinheiten diesen Versuch zu unternehmen. Wir haben dazu angesetzt $l_p = l_{p*} \cdot l$ sowie $t_p = t_{p*} \cdot t$ und $M_p = M_{p*} \cdot m_{ps}$. Dadurch blieben alle bisherigen Kombinationen der Planck-Größen bekamen aber eine etwas andere Bedeutung. Es sind dann l_{p*} und t_{p*} und M_{p*} nunmehr nur noch dimensionslose Vielfache (Zählfaktor) der zugehörigen Elementareinheit l und t und m_{ps} . Die Anwendung dieser neuen Systematik auf die Gravitationskonstante ergibt $G = G_* \cdot l^3 / (t^2 \cdot m_{ps})$.

4. Philberth-Formel für das innere Wesen der Gravitation

Auf der Suche nach noch tieferem Verständnis des inneren Wesens der Gravitation wollen wir uns zunächst noch kurz mit der Philberth-Formel beschäftigen.

$$(4.1) \dots \boxed{G = 2 \cdot \frac{hc}{m_{ps}^2} \cdot \frac{1}{Y} = \frac{l_p^3}{t_p^2 \cdot M_p}} \text{ mit } (4.2) \dots \boxed{Y = \frac{M}{m_{ps}} \cdot \frac{l}{R}}$$

Der Zahlenwert 2 identifiziert sich in diesem eigentlichen Sinne als Wechselwirkungsfaktor.

Der Vollständigkeit halber sei erwähnt, dass die Philberth's von variabler Weltmasse ausgehen und in Folge dessen auch

von variablem $G(t)$. Für die Weltmasse besteht folgende mathematische Struktur $\boxed{M = M(t) = c_1 \cdot \frac{t}{t + \Delta t} \cdot e^{+c_2 \cdot \frac{t - T_i}{t + \Delta t}}}$ mit c_1 und c_2 als Konstanten [9]. Diese besondere Zeitabhängigkeit wird hier aber nicht berücksichtigt.

Damit besteht für $Y = konst$ und $G = konst$ in der Philberth-Formel keine strukturelle Abweichung vom Planck'schen System, denn Ausmultiplizieren ergibt $G = \frac{2hc}{m_{ps}^2} \cdot \frac{1}{Y} = \frac{2m_{ps} l c \cdot c}{m_{ps}^2} \cdot \frac{m_{ps} R}{M l}$

$$(4.3) \dots \boxed{G = 2 \cdot \frac{Rc^2}{M}} \text{ bzw. } (4.3a) \dots \boxed{R = \frac{1}{2} \cdot \frac{GM}{c^2}}.$$

Wie zu sehen unterscheidet sich Formel (4.3a) nur um den konstanten Faktor 1/2 von der Planck'schen Formel (1.8a). Dem entsprechend sind hier die für den Elementarbereich geltenden Konstanten nur mit der Hälfte des Planck-Wertes für den Weltradius verknüpft.

Damit kommen wir zu der Frage: Welcher Ansatz für R ist zutreffend? Die nachfolgenden Kapitel dienen dazu, dieser Frage in der gebotenen Gründlichkeit nachzugehen und zu beantworten.

Sofern nämlich der Nachweis gelingt, dass der Ansatz dieses Faktors 1/2 physikalisch begründet ist, dann ist er das gesuchte Bindeglied zwischen Einstein-/Friedmann- und Philberth-Weltmodell. Dann könnte dies dazu führen, dass die Urknall-Theorie mit einem Anfang in unfassbarer Singularität aufgrund einer physikalisch unmöglichen Konzentration aller Weltmasse in einem Punkt am Weltanfang zugunsten einer Ursprungs-Theorie ersetzt wird, die dieses Problem nicht hat, weil diese Theorie von einem Weltanfang mit einem einzigen, spontan auftretenden Neutron ausgeht und danach sich Raumexpansion mit zeitabhängiger Massenentstehung fortsetzt.

Damit haben wir es in der Tat mit einer für die Kosmologie wichtigen Frage zu tun, deren Beantwortung vielleicht helfen kann, unser Universum besser zu verstehen.

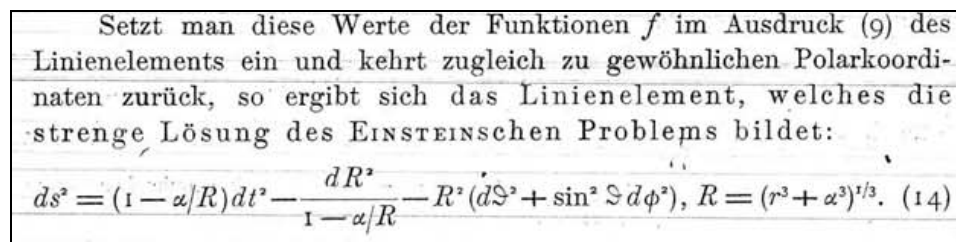
5. Der Schwarzschildradius

In den Vergleich der Planck'schen mit der Philberth'schen Formel ist die von Karl Schwarzschild 1916 gefundene Lösung der Einstein'schen Feldgleichung [4, 5] einzubeziehen. Sie lautet

$$(5.1) \dots G = \frac{c^2 R}{2M} \text{ bzw. } (5.1a) \dots R = 2 \cdot \frac{GM}{c^2}$$

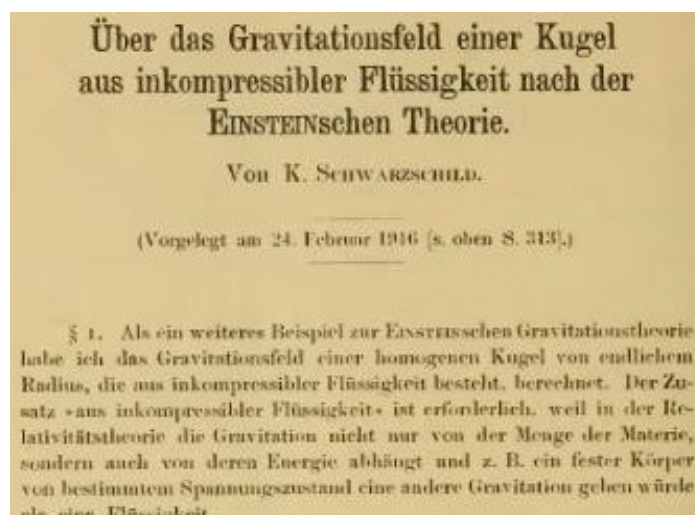
Karl Schwarzschild wandte hierbei die Einstein'sche Feldgleichung auf ein Gravitationsfeld an, das durch eine homogene Massekugel verursacht ist, wobei die Masse als punktförmig angenommen wird. Man bezeichnet diese Lösung daher auch als äußere Schwarzschildlösung, weil sie gültig ist für das die Masse umgebende Außenfeld.

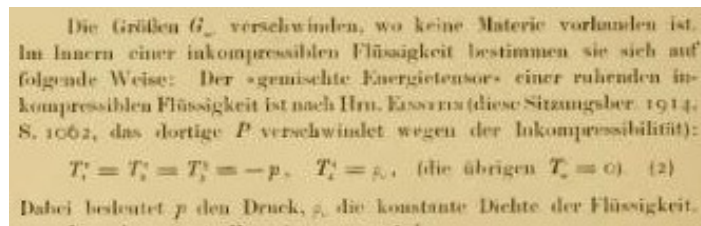
Beweis: Auszug aus einer Kopie der Originalarbeit



Wie zu sehen, führt das Linienelement an der Stelle $a = R$ zu einer Unstetigkeit, wobei $a = 2GM/c^2 = R$ ist, mit R als Abstand zur betrachteten Punktmasse. Karl Schwarzschild war der erste, der die Einstein'sche Feldgleichung gelöst hat.

Anbei ein Auszug aus einer Kopie der Originalarbeit





Mit dieser zweiten Arbeit, die wenige Wochen später erfolgte, beschreibt Karl Schwarzschild die Metrik einer homogen gedachten Flüssigkeitskugel [5]. Dieser Ansatz gilt als Modell mit einfachster Näherungslösung für jedes nichtrotierende Objekt mit einer mittleren Massenverteilung (feste Erde, Sonne aus Gas bzw. Plasma, gemittelt gleichverteilt gedachtes interstellares Gas).

Die Integration der Feldgleichungen reduziert sich auf die einfache lineare Summation eines Potentials von $r=0$ bis $r=R$ für einen Körper mit Radius R oder ein als kugelförmig gleichverteilt gedachtes Gas im Universum bis zu seiner Grenze R . Für das Linienelement in Kugelkoordinaten

ergibt sich
$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu = -c^2 \left(1 - \frac{2GM}{c^2 r}\right) dt^2 + \frac{1}{1 - \frac{2GM}{c^2 r}} dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\phi^2$$

Wie zu sehen, erhält man auch hier $r = \frac{2GM}{c^2}$. Dies muss auch so sein, denn auf der im Abstand $r=R$ vom Mittelpunkt befindlichen Oberfläche der Flüssigkeitskugel herrscht die gleiche Gravitation wie im gleichen Abstand im Außenfeld einer gleich schweren Punktmasse. Wie im obigem Auszug nachzulesen, ist die Dichte der Flüssigkeit konstant. [Diese innere Schwarzschild-Lösung ergibt sich also bei Ansatz konstanter Massendichte](#) $r = \text{Konstant}$ und gilt für das Innere der Flüssigkeitskugel.

Wendet man die Friedmann-Robertson-Walker-Metrik an, so entspricht dieser Ansatz einer Lösungsrechnung mit Dominanz der Vakuumenergie. Es liegt also die „Oberfläche“ des Weltalls nach Karl Schwarzschild an der Stelle $R = 2GM/c^2$. Dieser Radius ist doppelt so groß wie der Planck-Radius des Weltalls und gleich viermal so groß, wie der Philberth-Radius.

Nun darf man nicht meinen, der Schwarzschild-Radius läge um das Zweifache irgendwie außerhalb des „wahren“ Weltalls, nur weil man meint, der Planck'sche Weltradius nach Formel (1.8a) sei der „wahre“ Radius. Wie dargelegt, resultieren beide Radiuswerte (Planck und Schwarzschild) aus den zugehörigen Annahmen in einer Lösungsrechnung der Einstein'schen Feldgleichung. In diesem Sinne sind beide mathematisch richtig gerechnet und in diesem Sinne werden beide zu Recht auch als Radius des Weltalls heute tituliert (eben weil man damit meint, das Weltall verhält sich wie ein echtes schwarzes Loch, aus dem niemand herauskommt).

Die Frage ist eine ganz andere. Welche der Rechnung zugrunde zu legenden Annahmen sind zu treffen und hier darf man nicht zuerst auf das gewünschte Ergebnis schauen das man gerne hätte und dann die Annahmen passend wählen. Nein, es ist besonderen Wert auf physikalische Begründungen zu legen, welche die Annahmen rechtfertigen. Das Ergebnis ist dann bloße Folge der Annahmen.

6. Friedmann'sche Weltmodelle

Von der allgemeinen Relativitätstheorie (ART) ausgehend, veröffentlichte Albert Einstein im Jahre 1917 ein statisches Weltmodell unter Hinzuziehung einer kosmologischen Konstante Λ , um Expansion zu vermeiden. In diesem Sinne hat Λ den Charakter einer Kraft, die das Universum komprimiert. Auch Willem de Sitter entwickelte zu dieser Zeit ein Weltmodell mit einer kosmologischen Konstante, das zwar expandierte, jedoch materiefrei war. Zwischen diesen beiden Grenzfällen entwickelte sich die moderne Kosmologie durch die Arbeiten von FRIEDMANN (der in seiner Arbeit aus dem Jahre 1922 „Über die Krümmung des Raumes“ die Möglichkeit eines dynamischen Universums entdeckte), LEMAITRE, TOLMAN, ROBERTSON und WALKER [6]. Kopernikus hat schon im 14. Jahrhundert gezeigt, dass die Erde nicht im Mittelpunkt des Sonnensystems steht. Die moderne Kosmologie nimmt an, dass wir mit unserem Sonnensystem an keiner ausgezeichneten Stelle im Universum stehen und dass dies gleichermaßen für Beobachter an anderen Orten im Universum gilt. Diese Ortunabhängigkeit wird auch als Homogenität bezeichnet. Ist dem so, dann muss das Universum um jeden Punkt herum richtungsunabhängig sein also isotrop, und es darf keinen Mittelpunkt besitzen. Jeder Punkt im Universum ist gleichberechtigt (kosmologisches Prinzip) [7]. Wir können also einen beliebigen Punkt herausgreifen, uns eine Kugel um sich herum denken und ein Testteilchen der Masse m auf die Kugeloberfläche setzen. Die Kugel hat den beliebigen Radius R und ihre Massendichte r muss überall gleich sein, wie ein gleichverteiltes ideales Gas, sonst wäre die Kugel nicht homogen. Unsere Kugel hat also die Masse $M = r \cdot V = konst$ mit V als Kugelvolumen. Alle Eigenschaften der Kugel können nur noch von der Zeit t abhängen. Das Verhalten der Kugel darf nicht von ihrer absoluten Größe abhängen, sonst könnte eine kleinere Kugel im Inneren der großen Kugel schneller oder langsamer wachsen oder schrumpfen, und die große Kugel könnte nicht homogen bleiben. Daraus folgt, dass wir die Kugel so klein wählen, dass in ihr Newtons Gravitationsgesetz gilt und die Kugel trotzdem als Modell-Universum betrachtet werden kann. In den folgenden Kapiteln wird gezeigt, wie aufgrund dieser Annahmen eine Gleichung hergeleitet werden kann, die bestimmt, wie sich das Universum ausdehnt, wodurch die Entwicklung des Universums bestimmt wird und wie alt das Universum heute ist. Dazu brauchen wir das Gravitationsgesetz Newtons, das Gesetz „Kraft gleich Masse mal Beschleunigung“, „Massendichte durch Teilchenbewegung“ und den „Energieerhaltungssatz“.

Das Gravitationsgesetz Newtons

Das Kugelvolumen ist $V = \frac{4p}{3} R^3$. Die sich in diesem Volumen befindliche Masse beträgt also

$M = Vr$ bzw. $M = \frac{4p}{3} R^3 r$. Die Gravitationskraft K der innerhalb der Kugel befindlichen Masse

M auf eine Testmasse m beträgt $K = -G \frac{Mm}{R^2}$ bzw. $K = -G \frac{m}{R^2} \cdot \frac{4p}{3} R^3 r$ bzw.

(6.1)... $K = -\frac{4pG}{3} Rrm$. Diese Kraft wirkt beschleunigend auf die Testmasse. Das negative Vorzeichen zeigt an, dass die Richtung der Testmasse m zum Kugelmittelpunkt zeigt. Insbesondere zeigt das Vorzeichen nicht an, dass etwa gebremste Expansion vorliegt, denn die Volumenvergrößerung um dV spielte bei der Herleitung dieser Formel keine Rolle.

Das Gesetz „Kraft gleich Masse mal Beschleunigung“

Die Beschleunigung a der Testmasse m ist

$$(6.2) \dots K = m \cdot a.$$

Alle Größen der Kugel können nur von der Zeit t abhängen, also Radius $R = R(t)$, Dichte $r = r(t)$

usw.. Mit $a = \frac{d}{dt}(v) = \dot{v}$ und $v = \frac{d}{dt}(R) = \dot{R}$ können wir schreiben $a = \dot{\dot{R}}$ und somit

$$(6.3) \dots K = m \cdot \dot{\dot{R}}. \text{ Einsetzen von (6.3) in (6.1) ergibt } -\frac{4pG}{3} R r m = m \cdot \dot{\dot{R}} \text{ bzw.}$$

$$(6.4) \dots \dot{\dot{R}} = -\frac{4pG}{3} R r.$$

Massendichte durch Teilchenbewegung

Nehmen wir nun an, dass sich n Stück Teilchen der Masse m bewegungslos in der Kugel aufhalten, welche insgesamt die Masse M bilden also $M = n \cdot m$. In diesem System (Kugel), herrscht dann die mittlere Massendichte

$$(6.5) \dots r = \frac{M}{V}.$$

Nehmen wir nun an, dass sich ein Teilchen mit der Geschwindigkeit $+v_x$ auf die Wandfläche zu bewegt. Dort wird es reflektiert und fliegt mit der Geschwindigkeit $-v_x$ zurück. Sein Impuls Δp ändert sich also um $\Delta p = 2mv_x$. Da sich n Teilchen im Kolbenraum V befinden, fliegen pro Zeiteinheit t genau $N = A \frac{1}{2V} v_x t$ gegen die Wandflächen A , die andere Hälfte fliegt in die andere

Richtung. Die gesamte Impulsänderung in der Zeit t ist also $N \cdot \Delta p = A \frac{1}{2V} v_x t \cdot 2mv_x$ bzw.

$N \cdot \Delta p = A v_x^2 \frac{nm}{V} t$. Impulsänderung pro Zeit hat die Dimension einer Kraft F . Somit erhält man

$F = \frac{N \cdot \Delta p}{t} = A \frac{nm}{V} v_x^2$ und Kraft F pro Fläche A ist Druck P womit sich $P = \frac{F}{A}$ und hieraus

$P = \frac{nm}{V} \cdot v_x^2$ ergibt. Da keine bevorzugte Bewegungsrichtung herrscht gilt $\bar{v}_x^2 = \bar{v}_y^2 = \bar{v}_z^2 = \frac{1}{3} \bar{v}^2$.

Der Querstrich oberhalb des Geschwindigkeitssymbols soll anzeigen, dass es sich um eine mittlere Geschwindigkeit handelt. Somit ergibt sich $P = \frac{nm}{V} \cdot \frac{1}{3} v^2$ bzw. $P = \frac{M}{V} \cdot \frac{1}{3} v^2$ bzw. $P = r \frac{1}{3} v^2$. Für

relativistische Teilchen (z. B. Photonen) ist $v \cong c$. Somit können wir schreiben

$$(6.6) \dots P = \frac{c^2}{3} r.$$

In der Kugel herrscht also der Innendruck P . Wie wir gesehen haben, kommt er durch die Bewegung der Teilchen zustande, also durch deren kinetische Energie. Energie E und Masse m sind äquivalent gemäß $E = m \cdot c^2$. Dem entsprechend gehört zur kinetischen Energie und damit auch zum Druck P eine äquivalente Masse. Die gesamte Massendichte setzt sich also zusammen aus der Dichte der Teilchenmassen und der über die Bewegung der Teilchen hinzukommende vom Druck bewirkte Dichte. Die gesamte Dichte der „anziehenden“ Masse beträgt also

$$(6.7) \dots r_{\text{Gesamt}} = r + \frac{3P}{c^2}.$$

Um den Druck bzw. die masseäquivalente kinetische Energie der Teilchen zu berücksichtigen, muss in Formel (6.4) gemäß $\mathbb{R} = -\frac{4pG}{3}Rr$ anstelle r die Gesamtdichte eingesetzt werden. Es ergibt sich daher

$$(6.8) \dots 2 \frac{\mathbb{R}}{R} = -\frac{4pG}{3} \cdot \left(r + \frac{3P}{c^2} \right)$$

Das aufgrund der Tatsache, dass das Verhalten der Kugel nicht von deren Größe abhängen darf, weil das Weltall überall homogen ist, kann R als Radius des Weltalls aufgefasst werden. Diese Bewegungsgleichung stellt, wie die Herleitung gezeigt hat, die Beschleunigung \mathbb{R} dar, den eine auf Radius R befindliche Testmasse m (auch in der Rand-Kugelschale verteilt) infolge Gravitation durch die innerhalb des Kugelradius befindlichen Teilchen $M = n \cdot m$ erfährt. Formel (6.8) bringt nicht zum Ausdruck, dass die Gravitation den Radius selbst beschleunigt. Dies wäre ein grundsätzliches Missverständnis.

Die Expansion des Kugelvolumens spielte, wie die Herleitung dieser Gravitationsformel zeigt, keine Rolle. Folglich kann Gravitation die Expansion des Raumes auch niemals bremsen. Gravitation kann allenfalls im vorhandenen Raum enthaltene Massen zusammenziehen. Daher ist der Vorgang der Expansion mit Raumschließung ein irreversibler Vorgang.

Der Energieerhaltungssatz

Innere Energie durch Anwesenheit von Materie

Die in der Kugel enthaltene Innere Energie U ergibt sich über Einsteins Energie-Masse-Beziehung zu $U = M \cdot c^2$ also zu

$$(6.9) \dots U = c^2 \cdot \underbrace{r}_{=M} V = M \cdot c^2.$$

Formel (6.9) zeigt, dass die innere Energie umso größer ist, je größer die Massendichte r und je größer das Volumen V ist. Wenn die Masse M konstant bleibt und sich das Volumen mit der Zeit vergrößert, so vermindert sich die Dichte entsprechend der Volumenvergrößerung. Daher gehören beide Größen zusammen. Nach erfolgter Expansion beträgt das Volumen $V + dV$ während die Teilchenzahl n mit Teilchenmasse m unverändert bleibt also Masse $M = n \cdot m = \text{konst}$ ist. Die Massendichte nach erfolgter Expansion ist daher $r = \frac{M}{V + dV}$. Betrachten wir anstelle des Kugel-

modells einen gegen die Umgebung vollständig isolierten Zylinder mit reibungsfrei beweglichem Kolben. Der Zylinder verhält sich dann wie ein abgeschlossenes System. Die im Zylindervolumen V enthaltenen Teilchen sollen bewegungslos sein. Das Zylindervolumen soll sich mit der Zeit um dV vergrößern. Die Expansion um dV soll quasistatisch erfolgen. Der Kolben bewege sich so langsam, dass das innere Gleichgewicht erhalten bleibt, d. h. hier, dass die enthaltenen Masseteilchen weiterhin in bewegungsloser Ruhe verharren. Auf dem Kolben lastet während der Expansion keine Gegenkraft. Man spricht dann von freier Expansion. In diesem Falle bleibt die Innere Energie trotz Expansion erhalten, was bedeutet, dass die Innere Energie U eines abgeschlossenen Systems konstant ist (1. Hauptsatz der Thermodynamik). Es gilt also $U = r \cdot V = konst$ und folglich ist die Änderung der Inneren Energie null. Da ein „Außerhalb“ des Weltalls nicht existiert, also keine Umgebung vorhanden ist, wie bei unserem vollständig isolierten Zylinder, ist das Weltall ein abgeschlossenes System. Es gilt also

$$(6.10) \dots \boxed{dU = 0}.$$

Dieses Verhalten der Inneren Energie bei konstanter Teilchenzahl n mit Teilchenmasse m lässt sich wie folgt schreiben:

$$(6.11) \dots \boxed{dU = c^2 \cdot d(r \cdot V) = 0}.$$

Wird aber das Volumen des Zylinders durch quasistatisches Anheben des Kolbens bei weiterhin konstant gehaltener Teilchenzahl gegen einen äußeren Druck, der auf der Kolbenfläche lastet, vergrößert, z. B. verdoppelt und bleibt während des Expansionsvorganges der äußere Druck P konstant (wie z.B. der Atmosphärendruck), dann halbiert sich die Teilchenzahl pro Volumeneinheit (also die Massendichte). Folglich finden auch nur noch halb so viele Stöße der Teilchen auf die Wandflächen und damit auch auf Kolbenfläche A pro Zeiteinheit statt. Dadurch wird die mittlere auf die Kolbenfläche A ausgeübte Kraft F halbiert und somit auch der Innendruck $P = F/A$. Die Expansion des Zylindervolumens kommt bei V_1 zum Stillstand, wenn der innere Druck gleich dem äußeren Druck P_1 ist. Wird infolge des äußeren Drucks das Volumen des Zylinders durch quasistatisches Absenken des Kolbens bei gleicher Teilchenzahl halbiert (komprimiert), so wird der Innendruck verdoppelt. Die Kolbenbewegung also die Komprimierung des Zylindervolumens kommt bei V_2 zum Stillstand, wenn der innere Druck gleich dem äußeren Druck P_2 ist. Wegen Energieerhaltung gilt $P_1 \cdot V_1 = P_2 \cdot V_2$ bzw. allgemein $P \cdot V = Konstant$.

Die Energie (Arbeit) E die erforderlich war, um den Kolben um eine Strecke dz gegen den Widerstand einer Gegenkraft F zu bewegen, ist

$$\boxed{dE = -Fdz}.$$

Da diese Energie von den im Zylindervolumen enthaltenen Teilchen aufgebracht wurde, nimmt die Innere Energie ab. Durch das negative Vorzeichen wird angedeutet, dass die Innere Energie des Systems kleiner wurde, weil es ja den Kolben gegen eine äußere Kraft verschoben hat:

$$\boxed{dU = -Fdz}.$$

Wenn also ein System quasistatisch um eine Länge dz entgegen dem äußeren Druck P der auf der Kolbenfläche lastet, expandiert, beträgt die dazu erforderliche Energie

$$\boxed{dU = -P \cdot Adz}.$$

Die Energie wird der Inneren Energie „entnommen“ (System verrichtet Arbeit). Die Größe Adz gibt die Volumenänderung dV während der Expansion an.

$$(6.12) \dots \boxed{dU = -P \cdot dV}. \text{ Gleichsetzen mit (6.11) ergibt } (6.13) \dots \boxed{c^2 \cdot d(r \cdot V) = -P \cdot dV} \text{ [8].}$$

Formel (6.13) gilt für adiabatische (ohne Wärmeaustausch erfolgende) Zustandsänderungen also bei $dQ = T \cdot ds = 0$ ($T = konst$ absolute Temperatur, S Entropie, $ds = 0$, Q Wärme und $dM = 0$). Die Änderung der Energie im mitbewegten Volumenelement entspricht dann dem negativen Druck mal der Volumenänderung. Formel (6.13) gilt in jedem Augenblick also sozusagen für jeden Moment der Zeit als für alle jeweiligen „Heute“. Und weil in jedem der jeweiligen „Heute“ gerade $M = M_0$ herrscht, gilt in dieser Sichtweise sozusagen stets $\dot{M} = 0$ auch wenn zeitabhängige Masse vorläge. Damit steht aber fest, dass die dem jeweiligen „Heute“ übergeordneten kosmischen Zusammenhänge, wie z. B. der zeitliche Verlauf einer Masse während der Expansion, gerade nicht repräsentiert sind. Im Weltall herrscht seit Anfang an bis heute Expansion als Weitung des Raumes mit der Zeit. (Eine zeitabhängige Masse gemäß $M = M(t)$ während der Expansion verstößt nicht gegen den Energieerhaltungssatz, weil die Gesamtenergie des Weltalls in jedem Augenblick null ist. Dies bedeutet, dass ein außerhalb des Weltalls stehender Beobachter (was nicht möglich ist) vom Weltall selbst nichts verspüren würde. Das Weltall ist von außen betrachtet gar nicht vorhanden, eine energetische Nullnummer und im Innern ergänzen sich die positive Massenenergie $E_{Ma} = M \cdot c^2$ und die negative Potenzialenergie P_{En} in jedem Augenblick zu null. Gerade dieser Ansatz hat es ermöglicht, die Einstein'sche Feldgleichung zu verallgemeinern [9]. Es gilt also $\boxed{M \cdot c^2 + P_{En} = 0}$. Damit ist es zulässig, die Masse als zeitabhängige variable Größe aufzufassen. Infolge der im Gravitationsfeld über den Weltraum ausgebreiteten negativen Potenzialenergie ergibt die Gravitation keine Expansionsbremsung.)

Dies bedeutet für das Beispiel unseres Kolbens, dass von Anfang an bis heute und in noch weiter Zukunft ein „Gleichgewichtszustand“ nicht erreicht ist, d. h. modellhaft gesprochen, dass der innere Druck P des Zylinderraumes höher ist als der „äußere“ Gegendruck P_{ex} auf den Kolben, so dass sich der Kolben weiterhin bewegt. Da also während der Expansion in jedem Augenblick des Prozesses $P \neq P_{ex}$ ist, verläuft die Expansion des Zylindervolumens definitionsgemäß irreversibel. Raumkontraktion ist unmöglich. Wir können hieran erkennen, dass der Vergleich der Expansion des Weltalls mit der Expansion unseres Kolbenmodells (gilt sinngemäß auch für unser Kugelmodell) zur Erklärung der Abnahme der Inneren Energie an seine Grenzen stößt. Ein „Außerhalb“ des Weltalls existiert nicht und auch keine Außenhülle auf die irgendjemand drücken könnte. Es herrscht im Weltall bis heute und absehbar Permanent-Expansion vor, mit sich lt. Kolbenmodell permanent reduzierendem inneren Druck. Damit ist der Nachteil der Formel (6.15) klar herausgestellt: Der das Weltall beherrschende Expansionsvorgang ist vollständig ausgeblendet. Es wird Konstanz der Masse als

Arbeitshypothese angenommen. Es ist $P = \frac{c^2}{3} r$ mit $r = \frac{M}{V + dV} \neq Konst$, womit der Druck P gerade nicht konstant ist. **Offensichtlich ist das Weltall ist keine thermodynamische Maschine.**

Es gilt in jedem Augenblick $(6.14) \dots \boxed{c^2 \cdot d(rV) + P \cdot dV = 0}$.

Damit haben wir den zweiten wichtigen Baustein für die Friedmann-Gleichung in Gestalt des Differentials aus den Überlegungen zur Inneren Energie hergeleitet. Dieses Differential ist die neben der Gravitation Newtons die zweite wesentliche Grundlage der Friedmann-Weltmodelle.

Herleitung der Friedmann-Gleichung

Im folgenden Abschnitt wird die Friedmann-Gleichung explizit hergeleitet. Dies ist für den Fachmann eher überflüssig, vielleicht sogar langweilig, zumal er ständig von diesem Thema berührt ist. Wir wenden uns hier jedoch auch an diejenigen, welche vielleicht zum ersten Male sich mit den Weltmodellen des Universums beschäftigen oder -wegen der komplizierten Mathematik bei Rechnung mit Tensoren und gekrümmten Räumen- bisher kaum einen nachvollziehbaren Zugang zur Friedmann-Gleichung gefunden haben. Wie wir gleich sehen werden ist komplizierte Mathematik weiterhin nicht erforderlich und dennoch wird die bekannte Friedmann-Gleichung zwingend resultieren. Nun führen wir in Formel (6.14) die angezeigte Differentiation durch und erhalten

$$(6.15) \dots \left(r \dot{R} + \frac{P}{c^2} \dot{R} \right) + \frac{P}{c^2} \dot{R} = 0. \text{ Einsetzen von } V = \frac{4p}{3} R^3 \text{ und } \dot{V} = \frac{4p}{3} (3R^2 \dot{R}) \text{ ergibt}$$

$$\frac{4p}{3} 3R^2 \dot{R} + \frac{4p}{3} R^3 \dot{R} + \frac{4p}{3} 3R^2 \dot{R} \frac{P}{c^2} = 0. \text{ Kürzen von } \frac{4pR}{3} \text{ führt zu}$$

$$(6.16) \dots 3R\dot{R}r + 3R\dot{R}\frac{P}{c^2} + R^2 \dot{R} = 0. \text{ Etwas Umformen}$$

$$2R\dot{R}r + R\dot{R}\left(r + \frac{3P}{c^2}\right) + R^2 \dot{R} = 0 \text{ und mit } (6.8) \dots \left(r + \frac{3P}{c^2}\right) = -\frac{3}{8pG} \cdot \frac{2\dot{R}}{R} \text{ und}$$

$$2R\dot{R}r - R\dot{R} \cdot \frac{3}{4pG} \cdot \frac{\dot{R}}{R} + R^2 \dot{R} = 0 \text{ erhält man } (6.17) \dots 2R\dot{R}r - \frac{R\dot{R}^2}{4pG} + R^2 \dot{R} = 0.$$

Nun bestimmen wir die Lösung dieser DGL und schreiben

$$2R\dot{R}r + R^2 \dot{R} = 2R\dot{R} \cdot \frac{3}{8pG} \text{ bzw. } (6.18) \dots \frac{8pG}{3} \cdot (2R\dot{R}r + R^2 \dot{R}) = 2R\dot{R}^2$$

Da $2R\dot{R} = \frac{dR^2}{dt}$ ist und $2R\dot{R}r + R^2 \dot{R} = \frac{d(R^2 r)}{dt}$, kann man schreiben

$$(6.19) \dots \frac{8pG}{3} \cdot \frac{d(R^2 r)}{dt} = \frac{dR^2}{dt}. \text{ Integration ergibt}$$

$$(6.20) \dots \frac{R^2}{14442443} = \frac{8pG}{3} \cdot R^2 r + C \text{ mit Integrationskonstante } C$$

Friedmann-Gleichung

Formel (6.20) zeigt die bekannte Form der Friedmann-Gleichung.

Anwendung der Friedmann-Gleichung

Um ein statisches Universum zu ermöglichen, das um 1915 als wahrscheinlich galt, führte Einstein die sogenannte kosmologische Konstante Λ ein. Diese soll bewirken, dass die Expansion zu null wird. Dem entsprechend führen wir die zusätzliche Dichte r_Λ ein, die zur Massendichte r und zum Druck $P = \frac{c^2}{3} r$ hinzu kommt. Wir schreiben daher Formel (6.20) wie folgt neu hin

(6.21)... $\ddot{R} = \frac{8pG}{3} \cdot R^2 \cdot (r + r_\Lambda) + C$. Ausmultiplizieren ergibt

$\frac{\ddot{R}}{R^2} = \frac{8pG}{3} \cdot r + \frac{C}{R^2} + \frac{8pG}{3} \cdot r_\Lambda$. Nun definieren wir (6.21a)... $\frac{8pG}{3} \cdot r_\Lambda = \frac{\Lambda}{3}$ und erhalten

(6.22)... $\frac{\ddot{R}}{R^2} = \frac{8pG}{3} \cdot r + \frac{C}{R^2} + \frac{\Lambda}{3}$

Die heutige Größe der Kugel wird als R_0 bezeichnet. Das Verhältnis des Kugelradius R zum heutigen Radius R_0 wird Skalenfaktor a genannt gemäß $a = \frac{R}{R_0}$ und wir können hinschreiben

(6.23)... $\left(\frac{\ddot{R}}{R}\right)^2 = \frac{8pG}{3} \cdot r + \frac{C}{a^2 R_0^2} + \frac{\Lambda}{3}$.

Wir müssen nun noch festlegen, wie der Druck P von der Dichte r abhängen soll. In der obigen Herleitung haben wir relativistische Materie unterstellt. Hier ist der Druck gleich einem Drittel der Energiedichte rc^2 . Man spricht in diesem Falle von „Strahlung“. Heute überwiegt bei weitem Nicht-relativistische Materie. Man spricht von „Staub“. Hier ist der Druck sehr viel kleiner als die die Energiedichte. Man kann daher $P = 0$ ansetzen. Damit wird Formel (6.16) gemäß

$3R\ddot{r}_F + 3R\frac{P}{r^2} + R^2 \ddot{r}_F = 0$ zu $3\ddot{r}_F + R\ddot{r}_F = 0$ bzw. $3\ddot{r}_F + a\ddot{r}_F = 0$ bzw. $\ddot{r}_F + 3\frac{\ddot{r}_F}{a} r_F = 0$

bzw. $\frac{1}{a^3} \frac{d}{dt} (r_F \cdot a^3) = 0$. Da a^3 nicht null sein kann muss gelten $\frac{d}{dt} (r_F \cdot a^3) = 0 = \frac{d}{dt} r_0$.

Somit erhält man (6.24)... $r_F = \frac{r_0}{a^3}$.

Das gleiche Ergebnis erhalten wir auch über einen anderen Weg: Da bei der Änderung des Kugelvolumens von $V = \frac{4p}{3} R^3$ auf $V_0 = \frac{4p}{3} R_0^3$ die Masse M konstant bleibt, ergibt sich über $M = M_0$ die Gleichung $r \cdot \frac{4p}{3} R^3 = r_0 \cdot \frac{4p}{3} R_0^3$ also mit $a = R/R_0$ der Ausdruck $r = r_0 \cdot 1/a^3$.

Für ein Strahlungsdominiertes (SD) Universum erhält man aus Formel (6.16) gemäß

$$\boxed{3R\dot{r}_F + 3R\frac{P_F}{c^2} + R^2\ddot{r}_F = 0} \quad \text{mit } P_F = \frac{c^2}{3}r_F \quad \text{den Ausdruck } 3R\dot{r}_F + 3R\frac{1}{3}r_F + R\ddot{r}_F = 0.$$

Hieraus ergibt sich $4R\dot{r}_F + R\ddot{r}_F = 0$ bzw. $\frac{1}{a^4} \frac{d}{dt}(r_F \cdot a^4) = 0$. Da a^4 nicht null sein kann muss

gelten $\frac{d}{dt}(r_F \cdot a^4) = 0 = \frac{d}{dt}r_0$. Somit erhält man (6.25)... $\boxed{r_F = \frac{r_0}{a^4}}$.

Nun stellen wir die Friedmann-Gleichung für Materie dominiertes (MD, Staub) Universum auf.

$$(6.26) \dots \boxed{\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8pG}{3} \cdot \frac{r_0}{a^3} + \frac{C}{a^2 R_0^2} + \frac{\Lambda}{3}}$$

Der Ausdruck $\frac{\dot{a}}{a}$ heißt Hubble-Funktion H .

Mit $\Lambda = 0$ und $C = 0$ erhält man $H^2 = \frac{8pG}{3} \cdot r$ bzw.

$$(6.27) \dots \boxed{r_c = \frac{3H^2}{8pG}}$$

mit r_c als kritische Dichte.

Sofern das Universum speziell diese kritische Dichte r_c hätte, so würde es sich bis in alle Ewigkeit ausdehnen, wobei die Ausdehnungsgeschwindigkeit aber immer weiter abnimmt, bis sie sich in unendlich ferner Zeit dem Wert null nähert. (Das Interessante hieran ist, dass ein mit hoher Geschwindigkeit $v < c$ reisender Astronaut dann den Rand des Weltalls durchstoßen und hinter das Räderwerk schauen könnte. Dies kann nicht möglich sein. Man sieht hier wieder das Missverständnis, Gravitation könne die Raumexpansion bremsen.) Der Wert des kritischen Druck ergibt sich heute zu $r_c = 9,7 \cdot 10^{-27} \text{ kg/m}^3$ [10]. Ein Universum, das gleich der kritischen Dichte ist, bezeichnet die Kosmologie als „flach“. Falls $r > r_c$, so ist das Universum positiv sphärisch gekrümmt also kugelförmig. Ein derartiges Universum bezeichnet man als geschlossen. Das Expansionsverhalten eines geschlossenen Universums kann ebenfalls mit Formel (6.26) berechnet werden. Man kann dann sehen, dass es zunächst mehr oder weniger schnell bis zu einer Maximalgröße wächst, um von da an wieder zusammen zu schrumpfen. (Und hier hat unser Astronaut noch größere Probleme als eben. Obwohl er gerade im Weltall parkt, kann er dem auf ihn zukommenden Rand nicht mehr entfliehen und wird zum durchstoßen des Randes gezwungen. Dies ist ebenfalls unmöglich.) Das Schrumpfen geht solange weiter, bis sich das Weltall auf die Größe eines Punktes zusammenzieht (Big Crunch). Wie schnell dieser Zyklus durchlaufen wird, hängt davon ab, um wie viel die aktuelle Dichte des Universums größer ist, als die kritische Dichte. Schließlich kann die Dichte im Universum auch kleiner sein als die kritische Dichte. In diesem Falle hat man es mit einer negativ gekrümmten, hyperbolischen Oberfläche zu tun. Mit v.g. Definition einer kritischen Dichte wird erreicht, dass bei $r = r_c$ sich ergibt

$$H^2 = \frac{8pG}{3} \cdot r_c + \frac{C}{a^2 R_0^2} + \frac{\Lambda}{3} \quad \text{bzw.} \quad H^2 = \frac{8pG}{3} \cdot \frac{3H^2}{8pG} + \frac{C}{a^2 R_0^2} + \frac{\Lambda}{3} \quad \text{bzw.} \quad (6.28) \dots \boxed{-\frac{C}{a^2 R_0^2} = \frac{\Lambda}{3}}$$

Diese Definition bietet den Vorteil weiterer Vereinfachungen. Mit dem Massendichte-Parameter

(6.29)... $\Omega_0 = \frac{r_0}{r_c}$ sowie (6.21a) gemäß $\frac{8pG}{3} \cdot r_\Lambda = \frac{\Lambda}{3}$ ergibt sich $r_\Lambda = r_c \cdot \frac{\Lambda}{3H^2}$ und mit

$\Omega_\Lambda = \frac{r_\Lambda}{r_c}$ erhält man (6.30)... $\Omega_\Lambda = \frac{\Lambda}{3H^2}$ den kosmischen Dichteparameter.

Hierbei ist (6.29a)... $\Omega_0 = \underbrace{\Omega_M}_{\text{Materie}} + \underbrace{\Omega_{St}}_{\text{Strahlung}}$.

Mit diesen Definitionen können wir nun Formel (6.26) wie folgt schreiben:

$$\left(\frac{\ddot{a}}{a}\right)^2 = H_0^2 \cdot \left[\frac{8pG}{3H_0^2} \cdot \frac{r_0}{a^3} + \frac{C}{a^2 R_0^2 H_0^2} + \frac{\Lambda}{3H_0^2} \right] \text{ also}$$

(6.31)... $H^2 = H_0^2 \cdot \left[\frac{\Omega_0}{a^3} + \frac{C}{a^2 R_0^2 H_0^2} + \Omega_\Lambda \right]$ und hieraus mit $a = 1$ für „heute“ ergibt sich

(6.31a)... $\frac{C}{R_0^2 H_0^2} = 1 - (\Omega_0 + \Omega_\Lambda)$.

Formel (6.31a) zeigt, dass die Integrationskonstante durch die Summe aus beiden Dichteparametern bestimmt wird. Mit (6.31) für C lässt sich die Friedmann-Gleichung in die Form bringen:

(6.32)... $H^2 = H_0^2 \cdot \left[\frac{\Omega_0}{a^3} + \frac{1 - \Omega_0 - \Omega_\Lambda}{a^2} + \Omega_\Lambda \right]$.

Diese Gleichung beschreibt, wie sich die Größe des Universums mit der Zeit ändert. Die Änderung wird durch die Dichteparameter bestimmt. Diese Friedmann-Gleichung ist eine der ganz zentralen Gleichungen der modernen Kosmologie.

Die aktuellen astronomischen Beobachtungen zeigen, dass die Gesamt-Massendichte des Weltalls $\Omega = \Omega_0 + \Omega_\Lambda = 1,02 \pm 0,02$ beträgt. Im Rahmen der Messgenauigkeit erscheint das Weltall also flach. Es ist daher zulässig, $\Omega_\Lambda = 1 - \Omega_0$ anzusetzen.

Dem entsprechend ergibt sich die Integrationskonstante in Formel (6.31) gemäß

$$\frac{C}{R_0^2 H_0^2} = 1 - \Omega_0 - \Omega_\Lambda \text{ zu } \frac{C}{R_0^2 H_0^2} = 1 - \Omega_0 - \left(\underset{=\Omega_\Lambda}{1 - \Omega_0} \right) \text{ bzw. zu } \frac{C}{R_0^2 H_0^2} = 0 \text{ also zu}$$

(6.33)... $C = 0$.

In der ART legt $C = k \cdot c^2$ die Krümmung des Raumes k fest. Folglich ist $k = 0$ und das Weltall flach. Damit entfallen viele Weltmodelle aus der Diskussion. Es vereinfacht sich die Friedmann-Gleichung zu

$$H^2 = H_0^2 \cdot \left[\frac{\Omega_0}{a^3} + \frac{1 - \Omega_0 - \left(\frac{678}{1 - \Omega_0} \right)}{a^2} + \Omega_\Lambda \right] \text{ bzw. } H^2 = H_0^2 \cdot \left[\frac{\Omega_0}{a^3} + \frac{1 - \Omega_0 - 1 + \Omega_0}{a^2} + 1 - \Omega_0 \right] \text{ bzw.}$$

(6.34)... $H^2 = H_0^2 \cdot \left[\frac{\Omega_0}{a^3} + 1 - \Omega_0 \right]$ mit $\Omega_0 = \frac{r_0}{r_{c0}}$ und $r_{c0} = \frac{3H_0^2}{8pG}$ und $k = 0$.

Der aktuellen astronomischen Beobachtungen zeigen, dass der heutige Hubble-Wert $H_0 = 71 \pm 2,5 \frac{km}{s \cdot Mps}$, dass $\Omega_0 = 0,266 \pm 0,04$ beträgt und folglich $\Omega_\Lambda \cong 0,734 \pm 0,02$, wobei $1ps = 3,261 5668Lj$ bzw. $1ps = 3,0856776 \cdot 10^{13}$ km ist.

Lösung der Friedmann-Gleichung

Hierzu verwenden wir Formel (6.28) gemäß $\left(\frac{\dot{a}}{a} \right)^2 = \frac{8pG}{3} \cdot \frac{r_0}{a^3} + \frac{\Lambda}{3}$ mit $C = 0$.

Einstein und de Sitter rechneten 1917 mit $\Lambda = 0$ also mit $\dot{a} = \frac{8pG}{3} \cdot \frac{r_0}{a}$ bzw.

(6.35)... $\dot{a} = \sqrt{\frac{8pG}{3} \cdot r_0 \cdot \frac{1}{a}}$ mit $a = \frac{R}{R_0}$, wobei $R = R(t)$ ist, was nicht besonders notiert wird. Zur

Lösung setzen wir an $a = (Ct)^\beta = C^\beta \cdot t^\beta$. Einsetzen ergibt $C^\beta \cdot \beta \cdot t^{\beta-1} = \sqrt{\frac{8pG}{3} \cdot r_0 \cdot \frac{1}{C^\beta \cdot t^\beta}}$

(6.36)... $C^\beta \cdot \beta \cdot t^{\beta-1} = C^{-\frac{1}{2}\beta} \cdot t^{-\frac{1}{2}\beta} \cdot \sqrt{\frac{8pG}{3} \cdot r_0}$. Damit ist (6.37)... $\beta = \frac{2}{3}$.

Beweis: $a^{-\frac{1}{2}} = (C \cdot t)^{-\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}} = (C \cdot t)^{-\frac{1}{3}}$ ergibt $a^{-\frac{1}{2}(-2)} = (C \cdot t)^{\frac{1}{3}(-2)}$ bzw. $a^{+1} = (C \cdot t)^{\frac{2}{3}} = (C \cdot t)^{+\beta}$ qed..

Somit erhalten wir aus (6.38) den Ausdruck $C^{\frac{2}{3}} \cdot \frac{2}{3} \cdot t^{\frac{2}{3}-1} = C^{-\frac{12}{23}} \cdot t^{-\frac{12}{23}} \cdot \sqrt{\frac{8pG}{3} \cdot r_0}$ bzw.

$C^{\frac{2}{3}} \cdot \frac{2}{3} \cdot t^{-\frac{1}{3}} = C^{-\frac{1}{3}} \cdot t^{-\frac{1}{3}} \cdot \sqrt{\frac{8pG}{3} \cdot r_0}$ bzw. (6.38)... $C = \frac{3}{2} \sqrt{\frac{8pG}{3} \cdot r_0}$.

Folglich gilt $a^{+1} = (C \cdot t)^{\frac{2}{3}}$ bzw.

(6.39)... $a(t) = \left(t \cdot \frac{3}{2} \sqrt{\frac{8pG}{3} \cdot r_0} \right)^{\frac{3}{2}}$ mit $r(t) = \frac{r_0}{a^3(t)}$ und $\Lambda = 0$.

Dem entsprechend war das Universum für $t = 0$ zu einem Punkt zusammengezogen und hat sich seither ausdehnt. Diesen Singularitätspunkt bezeichnet man als Urknall bzw. Big Bang. Ein wesentliches Problem ist allerdings, dass die Dichte der Masse $\rho(t) = \frac{\rho_0}{a^3(t)} = \infty$ wird.

Die moderne Kosmologie rechnet aber mit $\Lambda > 0$ also mit Formel (6.30) gemäß $\Omega_\Lambda = \frac{\Lambda}{3H_0^2}$.

Hieraus ergibt sich $\Lambda = \Omega_{\Lambda,0} \cdot 3H_0^2$ mit $\Omega_{\Lambda,0} \cong 0,7$ (s. o.). Daher wird heute Formel (6.34) gemäß

$\left(\frac{a}{a_0}\right)^2 = H_0^2 \cdot \left[\frac{\Omega_0}{a^3} + 1 - \Omega_0\right]$ zugrunde gelegt. Die Lösung dieser Gleichung lautet:

$$(6.40) \dots a(t) = \left[\sqrt{\frac{\Omega_0}{1-\Omega_0}} \cdot \sinh\left(\frac{3}{2} \cdot H_0 \cdot t \cdot \sqrt{1-\Omega_0}\right) \right]^{\frac{2}{3}}$$

Auch diese Formel gibt an, wie sich das Universum mit der Zeit ausdehnt. Man kann diese Formel auch umkehren zu

$$(6.41) \dots t(a) = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{H_0 \cdot \sqrt{1-\Omega_0}} \cdot \operatorname{arcsinh} h \left(a^{\frac{3}{2}} \cdot \sqrt{\frac{1-\Omega_0}{\Omega_0}} \right)$$

Diese Formel zeigt an, wie die Zeit während der Ausdehnung fortschreitet. Heute ist definitionsgemäß $a = 1$. Damit beträgt das Alter des Universums

$$(6.42) \dots t(1) = t_0 = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{H_0 \cdot \sqrt{1-\Omega_0}} \cdot \operatorname{arcsinh} h \left(\sqrt{\frac{1-\Omega_0}{\Omega_0}} \right)$$

Fazit: Bei Rechnung mit $\Omega_0 \cong 0,3$ und $H_0 \cong 70 \frac{\text{km}}{\text{s} \cdot \text{Mps}}$ ergibt sich $t_0 \cong 13,4 \text{ Mrd.}a$.

Vor 7,5 Mrd.a war das Weltall halb so groß wie heute. Das Alter des Weltalls nimmt zu, wenn der Dichteparameter Ω_0 abnimmt. Damit haben wir anhand der Friedmann-Gleichung, die wir herleiteten, ohne die komplizierte Mathematik der Einstein'schen Feldgleichung zu benötigen, das Alter des Weltalls berechnet. Dabei haben die Annahmen, dass das Universum homogen und isotrop ist es uns erlaubt, dass das Verhalten irgendeines kugelförmigen Ausschnitts oder unseres Zylindervolumens als Modell für das gesamte Universum dienen kann. Wir haben erkannt, dass unsere Formel (6.13) für die Innere Energie zwar in jedem Augenblick gilt aber gerade aus diesem Grunde einen übergeordneten zeitlichen verlaufenden Effekt nicht repräsentiert. Auf dieses Modell lässt sich das Gravitationsgesetz Newtons anwenden. Hier haben wir erkannt, dass Gravitation nicht den Raum zusammenzieht also Expansion nicht bremsen kann, sondern nur die darin enthaltene Materie. Zusätzlich muss die Energie erhalten sein. Wir haben festgestellt, dass ein zeitlicher Verlauf der Masse die Energieerhaltung nicht verletzt, denn in jedem Augenblick steht der positiven Massenenergie die negative Potenzialenergie gegenüber. Die Gesamtenergie des Universums ist in jedem Augenblick null. Der Druck, den wir später vernachlässigten wirkt in der ART als zusätzliche Quelle der Gravitation. Daraus lässt sich die Friedmann-Gleichung herleiten, die beschreibt, wie sich die Größe des Universums ändert bzw. wie alt das Weltall ist.

Expansion des Universums mit konstant c -Geschwindigkeit

Hierzu greifen wir zurück auf Formel (6.22) gemäß $\frac{R^2}{R^2} = \frac{8pG}{3} \cdot r + \frac{C}{R^2} + \frac{\Lambda}{3}$.

Wir nehmen nun als Arbeitshypothese an, dass das Weltall von Anfang an mit konstant c -Geschwindigkeit expandiert. Es gilt dann

$$(6.43) \dots \boxed{R = c \cdot t} \text{ und}$$

$$(6.44) \dots \boxed{R = c \cdot t}$$

Diese Annahme steht aufgrund der Untersuchung weit entfernten Super Novae la-Ereignisse entgegen der Erwartung der modernen Kosmologie, die davon ausgeht, dass das Weltall beschleunigt expandiert. Es soll aber mit dieser Annahme gezeigt werden, dass sich dann aus obiger Friedmann-Gleichung, Planck-Radius, Schwarzschild-Radius und Philberth-Radius des Weltalls herleiten lassen.

Man erhält also $\frac{c^2}{R^2} = \frac{8pG}{3} \cdot r + \frac{C}{R^2} + \frac{\Lambda}{3}$ bzw. $c^2 = \frac{8pG}{3} \cdot rR^2 - \frac{123}{=c} + \frac{\Lambda R^2}{3}$ und mit $c = \frac{R}{t}$

$$\frac{R^2}{t^2} = \frac{8pG}{3} \cdot rR^2 - kc^2 + \frac{\Lambda R^2}{3} \text{ bzw. } \frac{1}{t^2} = \frac{8pG}{3} \cdot r - \frac{kc^2}{R^2} + \frac{\Lambda}{3} \text{ bzw.}$$

$$\frac{1}{t^2} = \frac{8pG}{3} \cdot r - \frac{k}{t^2} + \frac{\Lambda}{3}. \text{ Umstellen nach } r \text{ ergibt}$$

$$r = \frac{M}{V} = \frac{M}{\frac{4p}{3}R^3} = \left(\frac{1}{t^2} + \frac{k}{t^2} - \frac{\Lambda}{3} \right) = \frac{3}{8pG} \text{ bzw.}$$

$$\frac{M}{\frac{4p}{3}R^3} \cdot \frac{8pG}{3} = \left(\frac{1}{t^2} + \frac{k}{t^2} - \frac{\Lambda}{3} \right). \text{ Multiplizieren mit } t^2 \text{ führt zu}$$

$$\frac{M}{\frac{4p}{3}R^3} \cdot \frac{8pG}{3} \cdot t^2 = \left(1 + k - \frac{\Lambda t^2}{3} \right) \text{ bzw.}$$

$$\left(1 + k - \frac{\Lambda t^2}{3} \right) = \frac{M}{\frac{4p}{3}R^3} \cdot \frac{8pG}{3} \cdot \frac{R^2}{c^2} \text{ bzw.}$$

$$(6.45) \dots \boxed{\left(1 + k - \frac{\Lambda t^2}{3} \right) \cdot R = \frac{2GM}{c^2}}.$$

Damit haben wir unsere Absicht erreicht, denn auf der rechten Gleichungsseite steht der Schwarzschild-Radius des Weltalls. Wir erhalten

$$(6.46) \dots \boxed{x = 1 + k - \frac{\Lambda t^2}{3}}, \text{ mit } \Lambda = 0 \text{ da wir Expansion unterstellen. Hieraus folgt}$$

(6.47)... $x = 1 + k$.

- Mit $k = 1$ ist $x = 2$ und $2R = 2GM / c^2$ Radius geschlossenes Weltall (kugelig) n. Planck, 1899.
- Mit $k = 0$ ist $x = 1$ und $1R = 2GM / c^2$ Radius flaches Weltall n. Schwarzschild, 1917.
- Mit $k = 2$ ist $x = 3$ und $3R = 2GM / c^2$ Radius offenes Weltall (hyperbolisch) n. Rechnung.
- Mit $x = p$ und $pR = 2GM / c^2$ Radius geschlossenes Weltall (Ellipsoid) n. Einstein 1922.
(Einstein berechnete die Dichte gemäß $r = M / V$ mit dem Volumen $V = 2p^2 R^3$.) [6]
- Mit $x = 4$ und $4R = 2GM / c^2$ Radius geschlossenes Weltall (kugelig) n. Philberth, 1970.

Es ist daher hier Bezug auf den Planck-Radius gemäß $R = GM / c^2$ zu nehmen.

Philberth geht davon aus, dass die Teilchenzahl n an Teilchenmassen m , welche die heutige Masse $M_0 = n_0 \cdot m$ bilden, ausgehend von der Anzahl $n(t=0) = 0$ am Anfang des Universums auf den heutigen Wert $n(t=t_0) = n_0$ zugenommen hat (effektlose, unauffällig aber physikalisch einsehbare Massenentstehung) [2, 3].

Im Vergleich zur Annahme einer von Anfang an konstanten Masse M , ist -über den ganzen Zeitraum gesehen- die Masse im Mittel nur hälftig gravitorisch wirksam gewesen, so dass

$R = \frac{G}{c^2} \cdot \left(\frac{1}{2} M \right)$ gilt. In der von Friedmann im Jahre 1920 gefundenen Gleichung steht in -Fortschreibung der Einstein'schen Ansätze der ART- $1M$, weil dort als Arbeitshypothese $dM = 0$ angenommen ist.

Mit Blick auf die Einstein-/Friedmann-Gleichung kann der Faktor $1/2$ als integrativer kosmischer Verlaufsfaktor interpretiert werden, der sich mathematisch schlicht und einfach dadurch ergibt, dass die Massendichte auch eine Funktion zeitabhängig variabler Masse $r = f(M(t))$ ist. In diesem Sinne stellt der Verlaufsfaktor die Verbindung her zwischen dem Einstein/Friedmann- und Philberth-Weltmodell.

Diese Interpretation soll im nächsten Kapitel bewiesen werden.

7. Kiesslinger's energieerhaltendes Gravitationsgesetz

Allgemeines

Der von Karl Schwarzschild ermittelte Radius des Weltalls nach Formel (14) lässt sich auch mit der Kiesslinger'schen Gravitationsformel herleiten [11]. Diese Formel lautet

$$(7.1) \dots K(R) = G \cdot \frac{Mm}{R^2} \cdot e^{\frac{G \cdot (M+m)}{Rc^2}}$$

$\frac{Mm}{R^2}$ $\frac{G \cdot (M+m)}{Rc^2}$
 Newtonischer Teil relativistische Ergänzung

Hierbei ist M die Zentralmasse und ist m die Planetenmasse bzw. die beliebig klein wählbare Masse eines Beobachters. Es ist R der Abstand des Beobachters vom Massenmittelpunkt der Zentralmasse. Im Nahbereich (Sonne-Erde oder Erde-Mond) macht sich die relativistische Ergänzung in Gestalt einer e -Funktion nicht bemerkbar, jedoch über größere Entfernungen und nahe an großen Massen. Die Ergänzung ist kein Zufall sondern repräsentiert den die Energie erhaltenden Charakter der Gravitation.

Das Kiesslinger'sche Gravitationsgesetz ist vollständig (physikalisch und mathematisch) und korrekt (n.g. Ausschnitt stammt aus Kiesslinger's Buch Licht und Gravitation, s. Blatt 6 ohne Seiten-Nummerierung, <http://www.rudolf-kiesslinger.de>)

Die Theorien nähern sich stufenweise exakter Gravitation, gezeigt an der Zeit-Dilatation t (Intervall):

$$t^2 = t_0^2 e^{-2a/R} = t_0^2 \left[1 - \frac{2a}{R} + \frac{1}{2} \left(\frac{2a}{R} \right)^2 - \frac{1}{3!} \left(\frac{2a}{R} \right)^3 + \dots \right] = \text{Quadrat des Intervalls. Zum Vergleich:}$$

1. Näherung: \rightarrow **Newton's Axiom** ----- enthält nur das konstante 1. Glied, d.h. $t = t_0$. Folge: Zeit und Masse sind von Gravitation unabhängig.

2. Näherung: \rightarrow **Einsteins Hypothese** --- bricht nach dem 2. Glied ab (Schwarzes Loch bei $R = 2a$). Folge: (Zeit zu stark verkürzt, Masse zu wenig).

3. Exakte Messung: **Energie-erhaltende Gravitation** - enthält alle Glieder (*kein Schwarzes Loch* (durch Gravitation ändern sich Zeit- und Masse mit dem gleichen Faktor).

Einstein führte mit $t^2 = t_0^2 (1 - 2a/R)$ das „Intervall“ t ausdrücklich als Hypothese ein, d.h. es ist aus keiner Theorie ableitbar, während hier $t = t_0 e^{-a/R}$ nicht hypothetisch ist, sondern *abgeleitet* aus Energie-Erhaltung.

13.12.2009 kiesslinger@rudolf-kiesslinger.de – Nussdorfer Str.25 - D-88662 Überlingen -Tel.+49 (0)7551 61117- <http://www.rudolf-kiesslinger.de>

Beweis: In v.g. Tabelle ist die e -Funktion als Taylor'sche Reihe entwickelt. Die Glieder der Reihe zeigen, dass die Gravitationsformel sowohl Newton's als auch Einstein's mathematische Lösung in sich trägt. Damit besteht bzgl. Gravitation exakte Übereinstimmung mit zwei „Riesen“ der Physik, denn erst ab dem dritten Glied der Reihe erzielt die Kiesslinger'sche Formel eine selbständige Lösung. **Hierzu darf man gratulieren!** Notwendigerweise diskutieren muss man aber die Schlussfolgerungen (statisches Weltall, konstante Massendichte usw.. Hierzu folgender Gedanke: Die erzielte Verbesserung gegenüber Newtons Gravitationsformel durch Anfügung eines relativistischen Ergänzungsfaktors in Gestalt einer e -Funktion gemäß $e^{-a/r}$ verbessert infolge Einbezug eines neuen dritten, vierten usw. Gliedes einer mathematischen Folge die Genauigkeit erst an der vierten oder fünften Kommastelle. Wenn schon die ersten beiden Glieder, die ja den größten Ergebnisbeitrag haben, Einstein nicht veranlassten, seine Feldtheorie und die damit verbundene Vorstellung vom Weltall aufzugeben, wieso sollten dann die kaum noch ergebnisrelevanten Folgeglieder dazu führen? Natürlich ist es sehr erfreulich und hilfreich, dass nunmehr auch ohne Einsteins komplizierte Feldgleichung die gleiche Lösung erzielt werden kann. Also: Die Kiesslinger'sche Gravitationsformel rechnet mathematisch vollständig korrekt und ist in dieser Hinsicht über jeden Zweifel erhaben, mit den Schlussfolgerungen muss man sich wissenschaftlich auseinander setzen.)

Herleitung der Kiesslinger'schen Gravitationsformel für das Weltall

(s. Kiesslinger's Buch Seite 36/37)

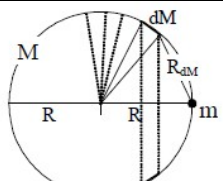


Bild 3.8

Ausgangspunkt sind die anhand von **Bild 3.7** abgeleiteten Gleichungen (3.50) und (3.51) für räumlich ausgedehnte Massen, hier dargestellt mit den Bezeichnungen der **Bilder 3.8 und 3.9**:

$$E_{\text{pot}} = c^2 M + c^2 m e^{-\frac{G}{c^2} \int_0^M \frac{dM}{R_{\Delta M}}} = c^2 M + c^2 m e^{-\frac{GM}{c^2 R}} \quad \text{und}$$

$$K = \frac{dE_{\text{pot}}}{dR} = \frac{GMm}{R^2} e^{-\frac{a}{R}}, \quad \text{worin } a = \frac{GM}{c^2}.$$

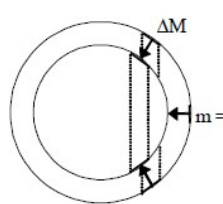


Bild 3.9

Bei einer Kugelschale, die durch gegenseitige Gravitation ihrer Massenelemente ΔM in sich zusammenfällt, ist in die Gleichungen anstelle von m das Massenelement ΔM einzusetzen. M = ΣΔM. Die auf jedes ΔM ausgeübte Kraft kann man formal zu einer Gesamtkraft addieren, als ob alle Teilkräfte die gleiche Richtung hätten. In einem gewissen Sinn haben sie auch die gleiche Richtung, wenn man die Richtung zum Zentrum als besondere Richtungsklasse definiert. Zur Unterscheidung von Parallelkräften wird diese Summenkraft aber nicht „Kraft“ genannt, sondern Gewicht der Schalenmasse M.

Die oben aufgeführten Gleichungen gelten unverändert auch dann, wenn die Beschränkung auf die Oberfläche (auf die Kugelschale) aufgehoben und die Masse M auf das ganze Kugelvolumen konzentrisch verteilt wird. Denn die Wirkung auf m ist immer so, als ob sich die Masse M im Zentrum der Kugel befände, weil sich M zusammengesetzt denken läßt aus ineinandergeschachtelten Kugelschalen.

Im Euklidischen Raum gilt die bekannte Volumensformel $V = 4R^3\pi/3$. Für den gekrümmt angenommenen Weltenraum verwenden Kosmologen die Volumensformel $V_k = 4\pi^2 R^3$. Um dem Leser diese Möglichkeit nicht vorzuenthalten, sei der gemeinsame Faktor R^3 mit einem wahlweisen Faktor **A** geschrieben:

(3.52) $V = AR^3 \quad A = 4\pi/3$ bei Euklidisch ebenem und $A = 4\pi^2$ bei gekrümmtem Raum.

Die Masse des Universums innerhalb R ergibt sich durch Multiplikation mit der mittleren Dichte ρ:

(3.53) $M = AR^3\rho.$

Jede Teilmasse ΔM von M hat nach **Gl.(3.51)** eine potentielle Energie $c^2\Delta M e^{-a/R}$ bezüglich der Gravitation aller anderen Massen von M, wobei aber zu berücksichtigen ist, daß ΔM der Masse M entnommen und damit von dieser abgezogen worden ist:

$$E_{\text{pot}/\Delta M} = c^2(M-\Delta M) + c^2\Delta M e^{-a/R} \quad \text{mit } a = \frac{GM}{c^2} = \frac{G}{c^2} AR^3\rho.$$

Der Beitrag jeder Teilmasse zu E_{pot} ist also $-c^2\Delta M + c^2\Delta M e^{-a/R} < 0$ (negativ, weil ja E_{kin} auf Kosten der inneren Energie der Masse entsteht).

Die gesamte potentielle Energie aller Teilmassen ist die Summe der Energien der Teilmassen. Wegen $\Sigma\Delta M = M$ fällt bei der Summierung der Teilmassen das 1. Glied weg und man erhält

(3.54) $E_{\text{pot}} = c^2 M e^{-a/R}$ Dazu die Probe:
 Es muß sein: für $R \rightarrow \infty \quad E_{\text{pot}} = c^2 M$, für $R \rightarrow 0 \quad E_{\text{pot}} = 0$, beides trifft zu.

Für die Kräfte Summe, das „Gewicht“, muß, weil M konstant und $a = GM/c^2$ ist, gelten:

(3.55) Gewicht $K = \frac{dE_{\text{pot}}}{dR} = \frac{GM^2}{R^2} e^{-\frac{GM}{Rc^2}} = GA^2 R^4 \rho^2 e^{-\frac{GM}{Rc^2}} = GA^2 R^4 \rho^2 e^{-\frac{G}{c^2} AR^3\rho}$.

Nach Division durch die Gesamtmasse $M = AR^3\rho$, die man sich auf die Oberfläche verteilt denken kann, erhält man die Gravitationskraft auf die Masseneinheit, die sogenannte Gravitationsbeschleunigung:

(3.56) $b = \frac{GM}{R^2} e^{-a/R} = GAR\rho e^{-\frac{G}{c^2} AR^3\rho}$. (Nach der Klassischen Theorie wäre $b = GM/R^2$.)
 Für $R = \infty$ ist $b = 0$, siehe das **Diagramm auf Seite 84**.

Mit $A = 4\pi/3$ gibt diese Formel an, wie groß die Gravitationskraft auf der Oberfläche einer beliebigen Kugel ist, die man sich an willkürlicher Stelle des Universums der mittleren Dichte ρ aufgespannt denkt.

Gemäß Kiesslinger's Formel (3.55) gilt also für das Weltall die Formel

$$(7.2)... \boxed{K(R) = G \cdot \frac{M^2}{R^2} \cdot e^{-\frac{GM}{Rc^2}}}$$

Wenn als Radius des Weltalls die Stelle definiert wird, an der maximale Gravitationsbeschleunigung $b(R) = K(R)/M$ herrscht (das ist z.B. die Oberfläche eines Planeten bzw. in Analogie dazu, die „Oberfläche“ des Alls), dann ist diese Stelle R dort, wo $db(R)/dR = 0$. Also berechnen wir $b(R) = K(R)/M$ gemäß

$$(7.3)... \boxed{\frac{K(R)}{M} = b(R) = G \cdot \frac{M}{R^2} \cdot e^{-\frac{GM}{Rc^2}}}$$
 Gravitationsbeschleunigung des Weltalls.

Rechnung mit konstanter Masse

Wir berechnen die Beschleunigung mit der bisherigen Annahme konstanter Masse $M = konst.$. Obwohl sich in jedem Moment der Zeit die Massendichte aufgrund Expansion dV gemäß $r = M/(V + dV)$ verringert, so hat, wie Formel (7.2) zeigt, diese Raumexpansion als solche keinen Einfluss auf die Gravitationskraft $K(R)$, sondern allein das Quadrat der beteiligten Massen M und des Massenabstandes R . Das Raumvolumen V und die Volumenänderung dV sind in der Gravitationsformel nicht enthalten. Daher ist es zulässig beim Ansatz von $M = konst$ anstelle M mit der Substitution $\boxed{M = AR^3 r}$ zu rechnen. Dem entsprechend kann man Formel (7.3) wie folgt schreiben

$$\boxed{b(R) = G \cdot \frac{(AR^3 r)}{R^2} \cdot e^{-\frac{G}{Rc^2} \cdot AR^3 r}} \text{ bzw. } b(R) = GARr \cdot e^{-\frac{G}{c^2} \cdot AR^2 r} \text{ . Ableitung nach } R \text{ ergibt}$$

$$\frac{d}{dR} b(R) = \left(GApr - GARr \cdot \frac{G}{c^2} Ar2R \right) \cdot e^{-\frac{G}{c^2} \cdot AR^2 r} \text{ bzw. } \frac{d}{dR} b(R) = GAp \left(1 - \frac{2G}{c^2} ArR^2 \right) \cdot e^{-\frac{G}{c^2} \cdot AR^2 r} \text{ .}$$

Da $\frac{d}{dR} b(R) = 0$ ergibt sich $1 - \frac{2G}{c^2} ArR^2 = 0$ und hieraus $R^2 \cdot \frac{2G}{c^2} Ar = 1$. Mit $Ar = \frac{M}{R^3}$ erhält

man $R^2 \cdot \frac{2G}{c^2} \frac{M}{R^3} = 1$ bzw. die Abstandsstelle R mit max. Gravitationsbeschleunigung

$$(7.3)... \boxed{R = \frac{2GM}{c^2}} \text{ .}$$

Dies ist der von Karl Schwarzschild berechnete Radius gemäß Formel (5.1). In diesem Falle hat man nämlich, ebenso wie die Herren Einstein, Schwarzschild, Friedmann in ihren Berechnungen, die Masse M konstant gehalten und es ist die Massendichte gerade eben nicht als eine Funktion zeitabhängiger Masse gemäß $r_{\text{Dichte}} = f(M(t))$ wirksam geworden.

Soweit bewegen wir uns also auf bekanntem Gebiet. Nun kommen wir mit einem kleinen Schritt zu einer Neuerung mit Einführung zeitabhängig variabler Masse.

Rechnung mit zeitabhängig variabler Masse

Wir berechnen die Beschleunigung mit der Annahme zeitabhängig variabler Masse $M = M(t)$. Legt man diese Annahme zugrunde, dann ist diese Variation der Masse als ein relevantes physikalisches Kennzeichen anzusehen, das selbstverständlich in der Ableitung mathematisch berücksichtigt werden muss. Führt man also nicht die oben Substitution $M = AR^3 r = konst$ aus, sondern rechnet mit $M = M(t)$ und berechnet nun mit Formel (7.3) wieder R über $db(R)/dR = 0$ als Stelle der maximalen Gravitationsbeschleunigung $b(R)$, dann erhält man aus

$$\boxed{b(R) = G \cdot \frac{M}{R^2} \cdot e^{-\frac{GM}{Rc^2}}} \text{ und Ableitung nach } R \text{ den Ausdruck } \frac{d}{dR} b(R) = \frac{d}{dR} G \cdot \frac{M}{R^2} \cdot e^{-\frac{GM}{Rc^2}} \text{ bzw.}$$

$$\frac{d}{dR} b(R) = \left(-2GM \frac{1}{R^3} + \frac{GM}{R^2} \cdot \frac{GM}{R^2 c^2} \right) \cdot e^{-\frac{GM}{Rc^2}} \text{ bzw. } \frac{d}{dR} b(R) = -2GM \frac{1}{R^3} \cdot \left(1 - \frac{GM}{2Rc^2} \right) \cdot e^{-\frac{GM}{Rc^2}}$$

Da $\frac{d}{dR} b(R) = 0$, ergibt sich $\left(1 - \frac{GM}{2Rc^2} \right) = 0$ bzw. $\frac{GM}{2Rc^2} = 1$ und hieraus die Abstandsstelle R mit max. Gravitationsbeschleunigung zu

$$(7.4) \dots \boxed{R = \frac{GM}{2c^2}}$$

Dies ist der Radius des Weltalls bei zeitabhängig variabler Masse. In diesem Falle hat man nämlich eben nicht wie bei Einstein, Schwarzschild und Friedmann geschehen, die Masse konstant gehalten, sondern es ist die Dichte als eine Funktion der zeitabhängig variabler Masse gemäß $r = f(M(t))$ wirksam geworden.

Ergebnis: Damit ist die im vorherigen Kapitel zitierte Interpretation des Faktors $1/2$ als übergeordneter kosmischer Verlaufsfaktor bewiesen und ist als physikalischer Grund hierfür eine Dichtefunktion gegeben, welche die Zeitabhängigkeit der Masse berücksichtigt. qed.

Damit ist es möglich die Urknall-Theorie und die Ursprung-Theorie gegenüber zu stellen. Im nächsten Kapitel werden wir dies tun und auf einige wesentliche Aspekte dieser Theorien eingehen.

Welche Theorie zu bevorzugen ist, wird auf breiter Basis wissenschaftlich zu diskutieren sein. Dazu will diese Arbeit einen Beitrag leisten.

8. Das Standard-Modell (Urknall-Theorie)

Die Urknall-Theorie ist in [12] sehr anschaulich beschrieben. Es würde den Rahmen dieser Arbeit sprengen diese Theorie in der gebotenen Ausführlichkeit beschreiben zu wollen. Obwohl das Urknall-Modell sehr sichere experimentelle Stützen hat (Hubble-Expansion, primordiale Nukleosynthese -etwa 1s bis 3 Minuten nach dem Urknall-, 3K-Strahlung, [diese Stützen passen genauso auch zur Ursprungs-Theorie](#)) gibt es für das Modell in seiner Standardform grundsätzliche Probleme und ungelöste Fragen, von denen wir einige hier aufzählen:

Unfassbare Singularität: Das Standard-Modell bietet die Möglichkeit, ungelöste Probleme in der Rückextrapolation auf einen selbst unfassbare Singularität gegenstandslos werden zu lassen. Aber dadurch wird ein Singularitätspunkt dieser Art selbst prinzipiell fragwürdig [3].

Horizont-Problem: Genügend bald nach dem Singularitätspunkt müsste eine Expansionsgeschwindigkeit gegeben gewesen sein, die um ein Vielfaches höher als die Invarianz-Geschwindigkeit c gewesen wäre; umso mehr überhöht je früher nach dem Singularitätspunkt. Die Weltmasse hätte also in vielen, wenn nicht sogar unbegrenzt vielen, existentiell voneinander durch Horizonte gesonderte Teilgebiete derart zugleich entstanden sein müssen, dass diese Bereiche mit Verminderung der Expansionsgeschwindigkeit sich zu dem tatsächlichen, überall ähnlichen Kosmos vereint hätten. Dies ist einfachhin unbegreiflich [3].

Das Universum erscheint sehr homogen und isotrop bezüglich der Verteilung von Galaxien und der Hintergrundstrahlung zu sein. Diese Homogenität und Isotropie erstreckt sich über Bereiche, die zu Zeiten, als die Galaxien und die Strahlung sich zu entwickeln begannen, kausal nicht zusammenhängen konnten (Abb. 2.9). Ein Beobachter heute sieht Ereignisse im Universum, die mit Lichtgeschwindigkeit zu ihm gelangen können. Damit ergibt sich ein maximaler Abstand bis zu dem man

in das Universum blicken kann, der ‚Ereignishorizont‘ zu $d_H(t) = R(t) \int_0^t \frac{c}{R(t')} dt'$. Beobachter, die die

doppelte Entfernung haben, sehen nichts gemeinsames, sie sind kausal getrennt. Der Ereignishorizont ist zeitabhängig und zwar so, dass man heute Bereiche überblickt, die früher kausal getrennt waren. Zum Beispiel waren während der GUT-Zeit, etwa $10^{-35} s$ nach dem Urknall, zwei Beobachter im Abstand von etwa $10^{-26} m$ kausal getrennt. Dieser Abstand hat sich bis heute zu gerademal rd. 5 m entwickelt. Warum ist dann die Hintergrundstrahlung, die aus viel größeren Gebieten kommt, so isotrop [14]?

Überlichtgeschwindigkeiten zur Überbrückung der Horizonte: Relativitätsphysikalisch sind Geschwindigkeiten größer als Invarianz-Geschwindigkeit c unmöglich. Es muss somit die Annahme postuliert werden, dass ein solcher expandierender Raum mit darin stationierten Massen derartige Überlichtgeschwindigkeiten relativ zu einander gestattet. Ein äußerst fragwürdiges Postulat [3].

Flachheitsproblem: Unter der Annahme, dass prinzipiell eine Expansionsbremsung aufgrund Gravitation jeder Masse auf jede andere gegen sein müsse, taucht ein grundsätzliches Problem auf: Wieso sind die expansiven Bewegungsenergien relativ zu den anziehenden Gravitationsenergien gerade so proportioniert, dass sie weder eine zu starke Expansion ergeben, die eine Ballung von Massen verhindert hätte, noch eine so schwache Expansion, die schon in rd. 1 Mrd.a wieder in Kontraktion übergegangen wäre [3].

Ob die Expansion des Universums sich einmal umkehren wird, hängt von der Materiedichte ab. Die beobachtete Dichte ist nahe der kritischen Dichte. Selbst wenn das nur auf einen Faktor 100 richtig ist, sind extrem genaue Anfangsbedingungen im Urknall notwendig, um diesen heutigen Wert zu bekommen. Nach Gleichung (2.20) ergibt sich für $\Omega - 1$ die zeitliche Entwicklung gemäß $\Omega - 1 = 1/R^2 \approx t^{2/3} \dots t$. Die Potenz von t ergibt sich je nachdem ob das Universum von Materie oder Strahlung dominiert ist. Zum Beispiel muss 10^{-36} s nach dem Urknall die Dichte auf 10^{-50} genau auf die kritische Dichte abgestimmt sein. Noch 1 s nach dem Urknall muss die Abweichung von der kritischen Dichte kleiner als 10^{-14} . Eine solche Feinabstimmung ohne einen physikalischen Grund widerspricht dem Prinzip der Natürlichkeit [14].

Missverständnis des Wesens der Raumexpansion: Aufgrund der Unterstellung, dass sich kosmisch verteilte Massen relativ zu einander verhalten wie ein von der Erde abgehendes Geschoss, das relativ zum Erd-Schwerpunkt elliptische oder parabolische oder hyperbolische Bahn beschreibt, wird eine Expansion als wesentlich gebremst angenommen. Ebenfalls aufgrund dieser Unterstellung verbindet sich eindeutig eine elliptische Expansion mit elliptischer Raumkrümmung bzw. eine hyperbolische Expansion mit einer hyperbolischen Raumkrümmung. Es handelt sich aber bei einer „Gesamtenergie gleich null“ für parabolische Expansion, die sich auf die Summe aus einer „kinetischen“ Energie und einer „potenziellen“ Energie im Sinne dieser Analogie bezieht nicht um die gleiche „Gesamtenergie gleich null“ der Dirac-Eddington-Konzeption bzw. der Ursprungs-Theorie. Die aus der implizit unterstellten Analogie kommende, gleichartige Bezeichnung wesentlich verschiedener Dinge mag dazu beigetragen haben, dass diese fiktive Unterstellung nicht reflektiert worden ist und als ein schwer überwindbares Vorurteil die derzeitige Kosmologie beherrscht. Gegen diese in der Wissenschaft fixierte Unterstellung ist kaum aufzukommen. Auch das Dirac-Eddington-Konzept musste sich dieser Unterstellung unterwerfen. Tatsächlich entspricht diese Unterstellung dem klassisch-philosophischen Verständnis des Raumes als lediglich Ausdruck des Verhältnisses der Massen zueinander. Die Wirkung der Massen aufeinander wird damit fiktiv zum Urphänomen gemacht, auf welches sich die Raumgestalt einstellt. Grundsätzlich ist aber auch ein anderes Wesen des Raumes denkbar. In diesem ist die Raumexpansion das Urphänomen, auf das sich die Wirkung der Massen zueinander und das Verhältnis der Massen zueinander einstellt. In dieser Auffassung sind die Einstein-Gleichungen, die im Standard-Modell im ersteren Sinne angewendet werden, sogar auf diese Auffassung fixiert [3].

Fehlende mathematische Grundlagen: Der Hauptgrund für die so einseitige Verfolgung des Standard-Modells war eben die Notlage, dass nur dieses Standard-Modell die Anwendung der Einstein-Gleichungen und verschiedene Variationen davon waren für ganze Generationen von Physikern und Kosmologen die unersetzliche mathematische Grundlage für eine theoretische Erfassung des Universums und seine Geschichte [3].

9. Das Dirac-Eddington-Konzept

Grundlage dieses Konzeptes ist die „Hypothese der großen Zahlen“ [13]. Mit einer großen Zahl X ergeben sich im Wesentlichen: Für die Weltmasse M im Verhältnis zu einer Elementarmasse m . Für das Weltalter T im Verhältnis zu einer Elementardauer t . Für den Weltradius R im Verhältnis zu einer Elementarlänge $l = t \cdot c$. Für die Gravitationskraft K_g im Verhältnis zur elektrostatischen Kraft K_e je zwischen Proton und Elektron. Es ergab sich aufgrund astronomischer Beobachtungen $M = m \cdot X^2$; $T = t \cdot X$; $R = l \cdot X$; $K_g = K_e / X$. Diese Verhältnisse ließen vermuten: Die Weltmasse M sei quadratisch mit der Weltzeit T angestiegen, der Weltradius sei linear mit der Weltzeit T angestiegen und das Universum sei also konstant mit Invarianz-Geschwindigkeit c expandiert. Im Ursprung, in der ersten Elementardauer der kosmischen Existenz sei $K_g = K_e$ gewesen; bei einer wirklich konstanten Coulomb-Konstanten sei der Gravitationsfaktor G also linear mit der Weltzeit T abgefallen (d. h. G ist keine Gravitations-„Konstante“). Als Ergebnis hieraus sei die Gravitationsenergie aller Nukleonen miteinander zu jedem Moment der Weltzeit negativ-gleich groß der Massenenergie Mc^2 des Universums; die Totalenergie des Universums also immer identisch null, wobei jedoch der expansions-Bewegung keine kinetische Energie zukäme. Ein weiteres Ergebnis ist, dass die der Weltwirkung $Mc^2 \cdot T$ zukommende Zahl von Wirkungsquanten h gleich der Zahl der Elementarvolumina des Weltraums sei; also dass wenigstens durchschnittlich jedes Teilvolumen des Weltraums mit der Größe des Nukleon-Volumens je $1h$ enthalte. Dieses überaus verheißungsvolle Konzept kam jedoch bereits im frühen Entwicklungsstand t derart in Misskredit, dass es nahezu aus der Fachdiskussion verschwunden ist. Die Gründe dafür waren:

Das Konzept arbeite mit einer Expansion mit Invarianz-Geschwindigkeit c und mit einem linear abfallenden Gravitationsfaktor G . Die Einstein-Gleichungen forderten aber grundsätzlich eine gebremste, d. h. Eine nichtkonstante Expansion und arbeiteten nur mit konstantem G . Dieses Konzept gab den Theoretikern keine Handhabe für befriedigende mathematische Untersuchungen.

Ein veränderliches G , vor allem in den letzten Jahrmilliarden abfallendes G würde keine annehmbaren Verhältnisse ergeben, weil dann die Erdbahn enger gewesen wäre und die Leuchtkraft der Sonne, die bei zunehmenden G mit der 8. Potenz ansteigen würde, hätte vor etwa 1 Mrd. a Jahre so hohe Ozeantemperaturen gegeben sein müssen, dass keine Leben hätte entstehen können. Aus dem gleichen Grund müsste die Helligkeit entfernter Galaxien-Sterne entsprechend höher sein und der Ausbrand schneller abgelaufen sein. Eine Massenzunahme quadratisch mit der Weltzeit würde ebenfalls keine annehmbaren Verhältnisse ergeben. Seit der Bildung der ersten Sterne –etwa seit 10 Mrd.a- hätten sich die Weltmasse bis heute vervierfachen müssen. Die heute beobachteten Werte von M ; T ; R und K_g weichen bis zu einige Zehnpotenzen von den Verhältnissen der „Hypothese der großen Zahlen“ ab. Es schien aussichtslos, die Wolkenballung, die Hintergrundstrahlung und die Elementen-Häufigkeit im Konzept unterzubringen.

10. Das Philberth-Weltmodell (Ursprung-Theorie)

Keines der vorgenannten Argumente gegen das Dirac-Eddington-Konzept oder gegen die Urknall-Theorie ist in der Ursprung-Theorie anwendbar. Das Problem „Dunkler nichtbaryonischer Materie“ ist kein Problem einer Modell-Theorie, sondern auf (noch) mangelndes Verständnis kosmischer Zusammenhänge zurückzuführen. Es würde den Rahmen dieser Arbeit sprengen, im Einzelnen die Ursprung-Theorie im Detail zu beschreiben. Daher wird auf [2, 3] verwiesen. Hier werden nur einige wesentliche Punkte in Kurzform beschrieben, die es im Standard-Modell anders sind:

Ursprung und Existenz

Das Universum ist im Ursprung der 1.Elementardauer mit genau 1 Neutron entstanden. Das Eigenfeld ergab bereits die Totalenergie Null. Alle Größen waren 1; es existierte zuerst überhaupt nur die Zahl 1. Die Werte der fundamentalen Größen h , c , m , t , I sind in diesem 1-Kosmos grundgelegt. Mit der Expansion wird die Potenzialenergie immer negativ-größer. Die Aufrechterhaltung der Totalenergie null erfolgt durch laufende Neuentstehung von Neutronen. Die Wirkungsichte, eine der wichtigsten Größen der Kosmologie, blieb immer konstant: 1 Wirkungsquantum h pro 1 Elementarvolumen. Die Neutronen entstanden in absoluter Ruhe, wesentlich ohne kinetische Energie mit unbegrenzter Materie-Wellenlänge am jeweiligen Substratpunkt. Die Totalenergie des Kosmos ist immer Null. Der Rand des Universums war und ist immer auch genau die Existenzgrenze, sowohl zeitlich, als auch räumlich, als auch energetisch.

Totalenergie null und Materieentstehung

Die Nukleon-Entstehung bei konstanter Wirkungsichte ist quantenphysikalisch begründbar. Das den Weltraum begründende, kollektive Wellenfeld aller Nukleonen bedarf bei der dreidimensionalen Expansion einer stärkeren Erhöhung an Wirkungsquanten als von den jeweilig schon existierenden Nukleonen mit der fortschreitenden Zeit erzeugt werden. Dieser Notwendigkeit des kollektiven Feldes ordnet sich eine zunehmende Zahl von Nukleonen bei. Jedem neu entstehenden Nukleon ist im kollektiven Feld die volle Wirkungsquantenzahl zugeordnet, die Zahl $Z = t/t = R/I$, wie beim Urnukleon. Die Nukleonen-Entstehung geschieht in wesenhafter Nichtindividualisierbarkeit und Nichtobjektivierbarkeit in totaler Homogenität, womit der Energieerhaltungssatz nie und nirgends verletzt wird [15]. Jedes Entstehungs-Neutron ist wesentlich ununterscheidbar vom Ursprung-Nukleon. Mit jedem verschiedenen Bezugspunkt erscheint gleichwertig ein anderes Ur-Nukleon: die Unterscheidung „eines“ und „anderes“ ist schon gar nicht vollziehbar.

An jedem beliebigen Bezugspunkt ist ein anderes Nukleon mit umso früherer Zeit präsent, je weiter es entfernt ist. Das Ur-Nukleon ist mit dem Ursprung, dem Beginn der Zeit präsent, genauer: Die Oberfläche des Urvolumens (Kugel des ur-Nukleons) ist mit $1t$, der Mittelpunkt mit $0t$, d. h. dem Beginn der 1.Elementardauer des Ursprungs präsent. Mit dem Mittelpunkt des Urvolumens, dem jeweils weitest entfernten „Objekt“ expandiert das Weltall immer genau mit der quasi-unendlichen Invarianz-Geschwindigkeit c . Aber Oberfläche und Mittelpunkt sind nicht mehr objektivierbare Unterscheidungen, so dass der c -expandierende Rand des Präsenzraumes in quantenphysikalische Unbestimmtheit entschwindet. Das Volumen des Präsenzraumes stieg mit Z^3 . In der Entstehungs-Phase stieg die Präsenz-Weltmasse mit Z^2 , indem die Wirkungsichtezahl immer gleich 1 blieb.

Entstehungssteuerung und Inhomogenisierung

Die Nukleonen entstehen als Neutronen, die im Substrat absolut ruhen, so dass sie mit einer großen (theoretisch unbegrenzten) Ortsunbestimmtheit auftreten. Mit ihrer Lebensdauer von rd. 15min zerfallen die entstandenen Neutronen zu je einem Proton, Elektron und Neutrino, d. h. zu einem Proton-Elektron-Plasma, dessen Protonen sich mit einer durchschnittlichen Geschwindigkeit von $c/3000$ bewegen. Solange das Verhältnis der Entstehungsneutronen zu den Proton-Elektron-Paaren groß genug ist, um die sich mit der Proton-Bewegungen einstellenden statistischen Dichteschwankungen immer wieder zur vollkommenen Homogenität auszugleichen, setzt sich die Entstehungsphase fort. Sobald aber das in berechenbarer Weise abnehmende Verhältnis dazu nicht mehr ausreicht, bilden sich äußerst schwache Potenzialunterschiede aus, welche aber die quantenphysikalische Neutronen-Auftrittswahrscheinlichkeit in den Verdünnungsgebieten rasch absenken. Damit können Neutronen nur noch in den Verdichtungsgebieten entstehen. Das erste Auftauchen von Spitzen überhöhter Dichte berechnet sich für ein Weltalter von rd. 1 Mrd.a. Mit der Inhomogenisierung und der Endigung der Nukleon-Entstehung begann die Wirkungsichte abzufallen. Der Raum änderte seinen Charakter. Raum ist nicht gleich Raum. Der Raum kann nicht nur verschieden gekrümmt sein, sondern unabhängig von der Krümmung kann er verschiedene Wesen haben: In der Entstehungsphase hatte der Raum verbunden mit einer konstanten Wirkungsichte die Eigenschaft, Nukleonen zu erzeugen und im Dasein zu halten. Nach der Inhomogenisierung hatte er diese Eigenschaft verloren, aber immer noch die Eigenschaft, Nukleonen im Dasein zu halten. Am Weltende, mit Abfallen der Wirkungsintensität unter 1 also $h = \frac{h}{l \cdot t} < 1$ verliert er auch die Eigenschaft, Nukleonen im Dasein zu halten.

Gravitationsfaktor

Nach der Inhomogenisierung fiel der Gravitationsfaktor G erst immer weniger ab, blieb dann einige Jahrmilliarden fast konstant und stieg dann wieder langsam an. Die wichtigste Zeit der Galaxien- und Sternentstehung zwischen 3 Mrd.a und heute durchlief G eine verhältnismäßig flache G – Wanne. In der Zukunft nähert sich der G – Anstieg asymptotisch einem proportionalen Anstieg mit dem Weltalter T (rd. 2% pro 1 Mrd.a.). Damit ist dieser Anstieg viel geringer als umgekehrt der Abfall, wie er sich aus dem Dirac-Eddington-Konzept ergeben müsste.

Expansion und Krümmung

Nach der Expansion expandierte der Weltraum konstant weiter. Der mit der Zeit $T = 0$ präsente Randpunkt des Universums (Mittelpunkt des Ur-Nukleons) flieht immer von jeder Bezugsstelle zu jedem Weltalter T genau mit Invarianz-Geschwindigkeit c . Jeder später präsente und entsprechend nähere Stelle flieht proportional diesem Später- und Näher-sein weniger als c .

Auf die Kapitel „Energie-Verstrahlung“ (Hintergrundstrahlung), „Element-Häufigkeit und Quasare“, „Kernreaktionen“ (mit einem Anfang aus reinem pe – Plasma) wird hier nicht eingegangen und auf [2, 3] verwiesen. [Die Ergebnisse ähneln sehr der Urknall-Theorie.](#)

Literatur

- [1] Über irreversible Strahlungsvorgänge, Max Planck, publiziert in Sitzungsberichte der Preußischen Akademie der Wissenschaften, Band 5, S. 479, 1899
- [2] DER DEREINE, Bernhard Philberth, ISBN 3 7171 0183 8, Christiana-Verlag
- [3] DAS ALL, PHSYIK DES KOSMOS, Bernhard und Karl Philberth, ISBN 3-7171-0821-2, Christiana-Verlag
- [4] Über das Gravitationsfeld eines Massenpunktes nach der Einstein'schen Theorie, Karl Schwarzschild, publiziert in Sitzungsberichte der Preußischen Akademie der Wissenschaften, Band 1, S. 189 bis 196, Jan. 1916
- [5] Über das Gravitationsfeld einer Kugel aus inkompressibler Flüssigkeit nach der Einstein'schen Theorie, Karl Schwarzschild, publiziert in Sitzungsberichte der Preußischen Akademie der Wissenschaften, Band 1, S. 424 bis 434, Febr. 1916
- [6] EINSTEINS Kosmos, Dick, Hamel, ISBN 3-8171-1770-1, Wissenschaftlicher Verlag Harry Deutsch
- [7] Kosmologie für die Schule,
on the web at: <http://www.mpia-hd.mpg.de/suw/SuW/Schule/SuW-0205-Kosmologie.pdf>
- [8] Das Standardmodell der Kosmologie, Die Friedmann-Gleichung, Bastian Brandt,
on the web at: http://pauli.uni-muenster.de/Seminare/teilchen/teilchen_ss05/Friedmann.pdf
- [9] Mathematische Struktur der zeitlichen Änderung der Gravitations"konstanten", M. Bock,
on the web at:
http://physik-theologie.de/hpdocs/pool/downloads/Mathem_Struktur_zeitliche_nderung_Gravitationskonstante.pdf
- [10] Dunkle Materie, Dunkle Energie, C. Gohn-Kreuz,
on the web at: http://www-ekp.physik.uni-karlsruhe.de/~deboer/html/Lehre/HS_WS2006/DM-DE%20final.pdf
- [11] Gravitation verknüpft mit Eigenschaften des Lichts, Kiesslinger, ISBN 978-3-00-026841-0,
on the web at: http://rudolf-kiesslinger.de/gravitation_und_licht.pdf
- [12] Kosmologie für helle Köpfe, Die dunklen Seiten des Universums, Lesch, Müller, ISBN 978-3-442-15382-4, Goldmann-Verlag
- [13] The Numbers Universe: An Outline of the Dirac/Eddington Numbers as Scaling Factors for Fractal, Black Hole Universes, Ross A. McPherson, on the web at:
<http://www.ejtp.com/articles/ejtpv5i18p81.pdf>
- [14] Einführung in die Astroteilchenphysik, Hermann Kolanoski, on the web at:
<http://www-zeuthen.desy.de/~kolanosk/astro0607/skripte/inhalt.pdf>
- [15] The generation of matter and the conservation of energie, K. Philberth, ISBN 0 306 30940 8